Q
33
A6X
NH

ISSN 0037-8437

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR : Dr. ANDRES O. M. STOPPANI

202

JULIO-DICIEMBRE 1976 – Entregas I-VI – TOMO CCII

SUMARIO

Pág.

SERIE I, CIENCIAS, Nº 38

SERIE II, CIENCIAS APLICADAS, Nº 42

AVDA. SANTA FE 1145
1059
CAPITAL FEDERAL
ARGENTINA

1976

SMITHSONIAN
AUG 25 1978
LIBRARIES

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

SOCIOS HONORARIOS

Dr. Luis F. Leloir
Dr. Selman Waksman
Dr. Florentino Ameghino †
Dr. Valentín Balbín †
Ing. Santiago E. Barabino †
Dr. Carlos Berg †
Dr. Germán Burmeister †
Ing. Enrique Butty †
Ing. Vicente Castro †
Ing. Enrique Chanourdie †
Dr. Carlos Darwin †
Dr. Alberto Einstein †
Dr. Enrique Ferri †
Dr. Angel Gallardo †
Dr. Benjamín A. Gould †
Dr. Cristóbal M. Hicken †
Dr. Eduardo L. Holmberg †
Dr. Bernardo A. Houssay †
Ing. Luis A. Huergo †
Ing. Eduardo Huergo †
Dr. Mario Isola †
Dr. Juan J. J. Kyle †
Dr. César Lombroso †
Ing. Guillermo Marconi †
Dr. J. Mendizábal Tamborel †
Dr. Walter Nernst †
Dr. R. A. Phillippi †
Dr. Guillermo Rawson †
Dr. Alfredo Sordelli †
Dr. Carlos Spegazzini †
Dr. Pedro Visca †
Dr. Estanislao S. Zeballos †

JUNTA DIRECTIVA

Presidente	Ing. Agr. Eduardo Pous Peña
Vicepresidente 1º	Dr. Julio V. Uriburu
Vicepresidente 2º	Dr. Jorge Comín
Secretario	Ing. Agr. Ichiro Mizuno
Prosecretario	Dr. Jorge A. L. Brieux
Tesorero	Agrim. Antonio M. Saralegui
Bibliotecario	Dr. Luis A. Santaló

Vocales Titulares:

Contraalm. (R.) Dr. José A. Alvarez
Ing. Augusto L. Bacqué
Ing. Lucio R. Ballester
Ing. Agr. Milan J. Dimitri
Lic. José M. Gallardo
Ing. Eitel H. Lauría
Ing. Luis V. Migone
Dr. Osvaldo C. Schauer
Dr. Máximo Valentinuzzi

Vocales Suplentes

Dra. Sara Mabel Abecasis
Ing. Herman Eliges
Ing. Quím. Carlos A. Leguizamón
Ing. Alberto Puppo
Dra. Elma Angela A. Teureyro
Dr. Jorge R. A. Vanossi

Director de Anales: Dr. Andrés O. M. Stoppani

Revisores de Balances Anuales: Ing. Ricardo R. Hertig y Cont. Públ. Nac. Jesús Vázquez Ger

SECCIONES DEL INTERIOR

Comisión Directiva

Sección San Juan:

Presidente: Doctor Indalecio Carmona Ríos; *Vicepresidente:* Profesor César H. Guerrero; *Secretario:* Agrimensor Orlando A. De Sanctis Aubone; *Tesorero:* Doctor Duilio S. Graffigna; *Vocales:* Ingeniero Santiago S. Graffigna, Ingeniero Fernando Volponi, Doctor Emilio Maurín Navarro, Doctor Antonio Aguilar; *Miembros suplentes:* Enlg. Alberto Baistrocchi, Ingeniero Jorge G. de Luca, Doctor Carlos U. Cesco, Ingeniero José B. Graffigna; *Revisores de cuentas:* Ingeniero Enrique Gatti, Contador Antonio de la Torre, Ingeniero Emilio L. Romito.

Sección Santa Fe:

Presidente: Doctor Argentino A. Bonetto; *Vicepresidente:* Doctor Ezio Emiliani; *Secretario:* Profesora Clarice T. Pignalberi de Hassan; *Tesorero:* Ingeniero Químico Enrique A. Virasoro; *Vocales:* Ingeniero Químico Guillermo Berraz e Ingeniero José M. Parera.

Sección La Plata:

Presidente: Ingeniero Roberto Diego Cotta; *Vicepresidente:* Ingeniero Camilo B. Rodríguez; *Secretario:* Doctor Luis M. Boggia; *Prosecretario:* Ingeniero Horacio C. Albina; *Tesorero:* Doctor Teodoro G. Krenkel; *Protesorero:* Ingeniero Pedro Diego Jensen; *Vocales:* Doctor Max Birabén, Doctor Homero Bibiloni, Doctor Jorge J. Ronco, Doctor Rodolfo Disalvo, Doctora Ives L. Danna, Ingeniero Aaron Beilinson e Ingeniero José G. Romano Yalour.

Sección Mendoza:

Presidente: Doctor Sergio Ignacio Vernier; *Vicepresidente:* Doctor Julio Enrique Cantón; *Secretario:* Doctor Raúl Sluckich; *Tesorero:* Doctor José Roberto Morales; *Protesorero:* Doctora Iris Ferrari de Miri; *Prosecretario:* Licenciado Humberto N. Najurieta; *Vocales:* Ingeniero Luis Orlando Melis, Ingeniero Salvador Castro, Doctor Jorge R. Suárez, Doctor Fabio L. Sacerdote, Profesor Diego F. Pró, Profesor Miguel Marzo.

Imprimió STETIP S.A.C.I.
Avda. Roque Saenz Peña 616 - 8º piso - Capital Federal

ISSN 0037-8437

ANALES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA

ARGENTINA

DIRECTOR: Dr. ANDRES O. M. STOPPANI

JULIO-DICIEMBRE 1976 – Entregas I-VI – TOMO CCII

AVDA. SANTA FE 1145
1059
CAPITAL FEDERAL
ARGENTINA

1976

MIEMBROS PROTECTORES

DE LA

SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

COMANDO GENERAL DE LA ARMADA ARGENTINA

COMISION NACIONAL DE ESTUDIOS GEO-HELIOFISICOS

COMISION NACIONAL DE ENERGIA ATOMICA

INSTITUTO NACIONAL DE TECNOLOGIA INDUSTRIAL (INTI)

YACIMIENTOS PETROLIFEROS FISCALES

CELULOSA ARGENTINA S.A.

 ISSN 0037-8437

FOTOLISIS UV DE 5–BROMURACILO EN SOLUCION ACUOSA

INFLUENCIA DE OXIGENO Y D–DESOXIRIBOSA (1)

Por E. GILBERT y C. CRISTALLINI [2]

UV–Photolysis (254 mm) of 5–bromouracil in aqueous solution in the presence of oxygen was investigated at pH 6. Isodialuric acid and 4,5-dihydroxy-imidazolidone-2 as a secondary photuproduct were identified. The bromine atom from the homolytic splitting of the C-Br-bond and molecular bromine have no effect on the product distribution under our experimental conditions. In the presence of 2-deoxy-D-ribose and oxygen the UV-photolysis of bromouracil leads to uracil, isodialuric acid and 4,5-dihydroxy imidazolidone-2. The yield of uracil increases with increasing deoxy-D-ribose concentration while the yield of isodialuric acid and 4,5-dihydroxy-imidazolidone decreases.

La introducción del 5-bromouracilo (Bu) en lugar de timina en el ADN de fagos y bacterias aumenta su sensibilidad a la radiación ultravioleta.[1] Como contribución para interpretar el mecanismo de acción, resulta de interés investigar la influencia de oxígeno y de 2-d-desoxiribosa sobre la fotólisis-UV del Bu.

RESULTADOS Y DISCUSION

a. *Fotólisis-UV de bromouracilo en presencia de oxígeno*

La fotólisis-UV(λ = 254 nm) del Bu (c = 5.10^{-4} mol/1) en solución acuosa, saturada con oxígeno (pH = 6, sin buffer, 0_2 = 1 atm) conduce fundamentalmente a dos productos orgánicos de fotólisis: el ácido isodialúrico (Id) y la 4,5-dihidroxiimidazolidona-2 (Im) (Fig. 1 y 2).

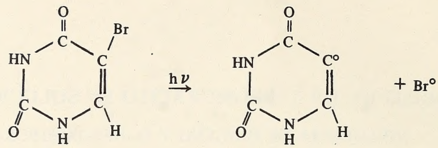
Como se observa en la figura 2, inicialmente se forma sólo Id; manteniendo la exposición el Id decrece y se forma como producto secundario Im. Con referencia al mecanismo de formación de Id se supone que la etapa fotoquímica inicial es la ruptura homolítica de la ligadura C–Br (I).

La reacción del radical uracilo con el oxígeno para dar Id ha sido previamente estudiada[2] en la fotólisis del iodouracilo (Iu).

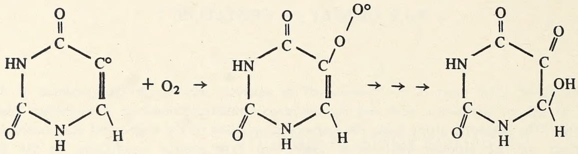
En el presente trabajo se admiten mecanismos de formación idénticos para Id. En la fotólisis-UV de Iu se encontró hasta el presente solamente Id[2]. Debido a los rendimientos cuánticos mucho menores de Bu en comparación con Iu (véase parte experimental), la fotólisis del Bu requirió tiempos de exposición diez veces mayores y concomitantemente una reducción considerable de la distancia entrela fuente y la solución para que la conversión fuera mensurable. Usando tiempos de irradiación prolongados se encontró que el Id formado inicialmente se convierte luego fotolíticamente en la Im. Aún agregando Id (c = 5.10^{-4} mol/1) previamente a la irradiación a la solución de Bu, este no pudo ser detectado a los 90 minutos de exposición por cromatografía en capa delgada. Se demostró también que con una exposición mayor de 90 minutos de Iu, el Id formado durante la irradiación se convierte en Im por un proceso secundario (Fig. 3).

[1] Traducción del trabajo publicado en Z. Naturforsch. *28 b*, 615-619 (1973): "UV-Photolyse von 5-Bromouracil in wässriger Löusung".

[2] Instituto Nacional de Tecnología Industrial.



(I)

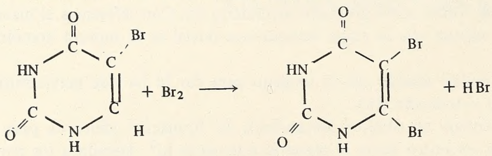


(II)

La fotólisis de Id no ha sido estudiada exhaustivamente. Hasta el momento hemos obtenido los siguientes resultados: A partir de experiencias con Bu marcado con ^{14}C en posición 2 y 4 respectivamente, hemos podido establecer que el átomo de C en posición 4 se desprende. El radiocromatograma de la solución irradiada de Bu-4-^{14}C (Fig. 4) muestra como productos activos únicamente Id y el Bu sin reaccionar, en cambio no se observa la formación de Im como en el radiocromatograma de la solución irradiada de Bu-2-^{14}C (Fig. 1) Además en la solución irradiada de Bu-2-^{14}C se detectó ^{14}CO, lo cual significa que durante la descomposición fotolítica el Id sufre decarbonilación dando un anillo de 5 átomos (Im). Wake y colaboradores observaron también la formación de un anillo de 5 átomos en la fotólisis-UV del aloxano[3]. Actualmente no podemos dar más detalles acerca del mecanismo de formación de Im.

Queda aún por discutir la reacción del átomo de bromo separado de acuerdo con (I). Por dimerización podría formarse bromo molecular, pero este no fué detectado en la solución irradiada. Además, como muestran los ensayos en blanco (sin irradiación), el bromouracilo reacciona cuantitativamente con bromo formando 5,6-dibromouracilo (Dbu), (III).

El Dbu es estable y puede ser aislado de la solución acuosa (véase parte experimental). Sometido a la fotólisis se forman 4 productos no identificados. Ni el Dbu ni sus productos de fotólisis son detectados en la fotólisis UV de Bu.

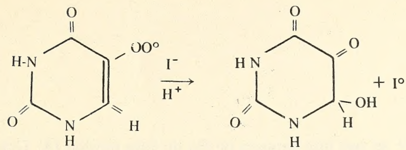


(III)

En otros ensayos realizados se hizo gotear agua de bromo (1,5 ml, c = 2.10^{-4} mol/l) a la solución del Bu (c = $1,5.10^{-3}$ mol/l) durante la irradiación de una hora. Tampoco en este caso p pudo ser detectado bromo molecular. Como productos de fotólisis resultaron únicamente Id y Im; en la misma relación se formaron Id y Im en un ensayo en el cual se dejó gotear agua durante la irradiación. En un ensayo paralelo se hizo gotear agua de bromo sobre agua pura que fué irradiada. Después de la irradiación no pudo ser detectado bromo molecular. En base a los resultados obtenidos se concluye que el bromo separado homolíticamente no se adiciona al Bu. Se supone que el bromo se oxida durante la irradiación y que en su mayor estado de oxidación no influye en la fotólisis de Bu ni sobre la formación de los productos de fotólisis.

Existe aún la posibilidad de eliminar el bromo después de la homólisis de la ligadura C-Br. Esto se logró mediante IK, que se agregó a la solución de Bu (c = 5.10^{-4} mol/l) en una concentración de 5.10^{-4} mol/l.

En la fotólisis de Bu en presencia de ioduro se forma iodo libre, resultante por una parte de la reacción de radicales peroxiuracilos con ioduro [2] (IV).



(IV)

Por otra parte según (I), los átomos de bromo separados ó el bromo molecular resultante de su dimerización reaccionan con el ioduro (V), (VI).

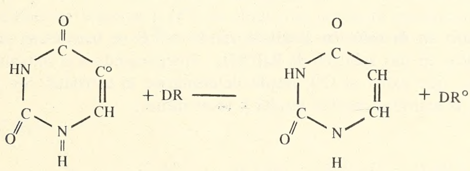
$$Br^{\circ} + I^{-} \rightarrow Br^{-} + I^{\circ}, \qquad (V)$$

$$Br_2 + 2I^{-} \rightarrow 2Br^{-} + I_2 \qquad (VI)$$

Admitiendo que las reacciones 4 y 5 ó 6 son cuantitativas se formaría un mol de iodo por cada molécula de Bu consumida. Esto se cumple únicamente con tiempos de irradiación cortos (Fig. 5). En el transcurso subsiguiente de irradiación la formación de iodo es menor que lo que correspondería a la formación de Bu. Esto puede atribuirse en ciertas condiciones al hecho que la concentración de ioduro disminuye y que las reacciones 4 y 5 ó 6 pueden no ser cuantitativas.

b. *Fotólisis-UV de Bromouracilo en presencia de oxígeno y 2-d-desoxiribosa.*

En la fotólisis-UV de bromouracilo en solución acuosa en presencia de oxígeno y desoxiribosa (DR) se encontró según la concentración inicial de la DR los siguientes productos en relaciones variables: uracilo (U), Id e Im. La cantidad transformada de Bu corresponde a la suma de los productos de fotólisis. Dado que en ausencia de DR no se forma uracilo, se admite que el radical uracilo formado según (I), en presencia de donores de hidrógeno, simultáneamente con la adición de oxígeno (II), da lugar a otra reacción que conduce a la formación de uracilo. Esto sólo puede efectuarse mediante una abstracción de H en la DR(VII)



(VII)

Reacciones del radical U con otros donores ya han sido descriptas previamente[4]. Si las reacciones 2 y 7 fueran competitivas, la relación de los productos U a Id e Im resultarían desplazadas a uracilo al disminuir la concentración de oxígeno manteniendo la concentración de la DR constante. Esto fué corroborado por fotólisis de soluciones de Bu a saturación de oxígeno y aire a concentraciones constantes de DR (Fig. 6).

Estos resultados permiten afirmar que la etapa fotolítica inicial de la fotólisis-UV de Bu consiste en una ruptura homolítica de la ligadura C-Br, como ya fué formulado por otros autores[5].

PARTE EXPERIMENTAL

Las condiciones experimentales no explicitadas son las mismas que en el trabajo precedente[2].

Condiciones de irradiación

Como fuente de UV se usó una lámpara de Hg de baja presión (A. Gräntzel, Karlsruhe). El flujo cuántico a 254 nm ($4{,}9.10^{18}$ cuantos/min) fue medido según método de Hatchard y Parker[6]. Se elimina la radiaciónde 185 nm por filtración con placa de vidrio Vicor. Las soluciones a irradiar fueron colocadas en celdas de 1 cm de paso óptico en un block termostatizable directamente delante dela lámpara. En los ensayos con Iu se irradió a una distancia de 2 cm de la lámpara. Los rendimientos cuánticos se calculan para Bu en: $1{,}5.10^{-3}$ y para Iu en: $2{,}1.10^{-2}$.

Bromo

El bromo se detectó mediante reacción con ioduro. Se utilizó como solución de ioduro una solución buffer según Hochanadel[7].

Uracilo, ácido isodialúrico

La determinación cuantitativa de uracilo y Id se realizó por radiocromatografía. Se identificó por comparación de los valores Rf con productos sintéticos. Los datos cromatográficos de Id y U han sido descriptos previamente[2,8].

Determinación de CO

El gas formado en la solución irradiada de Bu-4-^{14}C se barrió con corriente de N_2 haciéndolo burbujear en una solución de $Ba(OH)_2$. Anteponiendo a la solución de barita una solución de $PdCl_2$, que oxida el CO, puede determinarse la actividad. Sin interceptar con solución de $PdCl_2$ la actividad medida resulta 5 veces menor.

4,5 Dihidroxiimidazolidona-2

Se aisló Im a partir de 2 litros de una solución irradiada de Id($c = 10^{-3}$ mol/l). En un dedo de cuarzo se irradió cada vez 70 ml de solución de Id mediante 2 lámparas de Hg de baja presión durante 90 minutos. La solución irradiada se concentra a 30°C. A partir de la solución concentrada cristalizó Im al cabo de 14 días a 0°C. Con fines comparativos se sintetizó Im a partir de urea y glioxal según síntesis de Reibnitz[9]. El Im preparado por fotólisis (Im fot) y el sintetizado (Im sint) responden al mismo espectro de absorción en el infrarrojo. Los espectros de resonancia magnética nuclear de ^1H, en $(CD_3)_2SO$, del Im fot. y del Im sint. coinciden. Ellos muestran como es de esperar tres señales de la misma intensidad: $\tau = 5{,}86$ (protones de OH, doblete, $J = 6{,}0$ Hz) y $\tau = 4{,}63$ (protones de CH, doblete, $J = 6{,}0$ Hz).

El peso molecular determinado por osmómetro de presión de vapor fué para el Im fot. de 114 ± 4, siendo el valor teórico de 118.

Análisis de Im fot.

Calculado	C 30,00	H 5,1	N 23,8	O 40,51
Hallado	C 30,68	H 5,2	N 23,67	O 40,1

Im fot y Im sint muestran los mismos valores de Rf en distintos medios eluyentes (Tabla 1).

TABLA 1: Valores de Rf obtenidos sobre capa delgada de celulosa para el Im obtenido por fotólisis de Id y para el Im sintetizado en este laboratorio.

No	Eluyente	Valor Rf Im fot.	Valor Rf Im sint.
1	Acetato etilo/ác. fórmico/H_2O;10/2/3	0,28	0,28
2	t–butanol/H_2O/ác. acético; 44/11/0,26	0,47	0,47
3	Acetato de etilo/ác. fórm/H_2O; 50/20/20	0,44	0,44
4	isopropanol/H_2O; 7/3	0,57	0,57

La detección sobre la capa cromatográfica fué realizada por vaporización con solución 0,1 N de NaOH. Después de 20 minutos se forman manchas verde-oscuras sobre fondo blanco.

5,6 Dibromouracilo

Se prepara 5,6 dibromouracilo por la reacción de bromo con bromouracilo. A una solución acuosa de Bu $10^{/3}$ molar se dejó gotear bromo a temperatura ambiente en relación 1;1. La solución queda incolora, es decir que el bromo reacciona cuantitativamente. El valor de pH disminuye de 5 a 3. El bromuro se determinó cuantitativamente con NO_3Ag. Concentrada y enfriada la solución a 0°C se obtuvo un producto cristalizado. El análisis del producto bromado y el peso molecular corresponden a un dihidrato de 5,6-dibromouracilo (Dbu).

Análisis de Dbu.2 H_2O

Calculado	C 15,7	H 1,96	N 9,14	O 20,9	Br 52,2
Hallado	C 16,05	H 1,91	N 8,1	O 19.64	Br 53,9

Determinación de peso molecular: 305-5 (teór. 306)
en la Tabla II se muestra los valores Rf con distintos eluyentes.

TABLA II
VALORES DE RF PARA 5,6-DIBROMOURACILO OBTENIDOS SOBRE CAPA DELGADA DE CELULOSA

Eluyente	Valor Rf
1	0,83
2	0,86
3	0,87
4	0,81

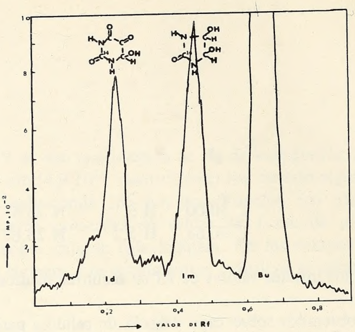


Fig. 1. – Radiocromatograma de una solución irradiada de 5-bromó uracilo-2-[14]C, revelado sobre capa delgada de celulosa con eluyente II (Tabla 1). tiempo de exposición: 60 minutos (sobre condiciones de exposición ver parte experimental).

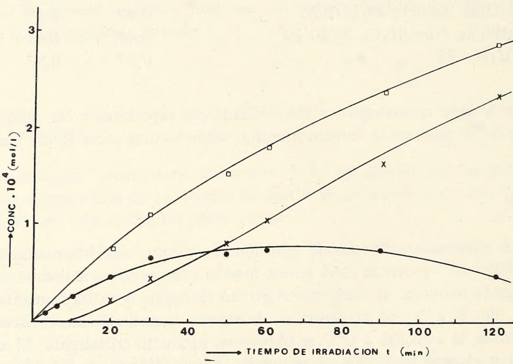


Fig. 2. – Fotólisis-UV ($\lambda = 254$ nm) del 5-bromouracilo ($C = 5.10^{-4}$ mol/l) en solución acuosa (pH = $6{,}0_2$ x 1 atm) ☐ = Bu transformado, ●● = ácido isodialúrico, xx = 4,5-dihidroxi-imidazolidona-2.

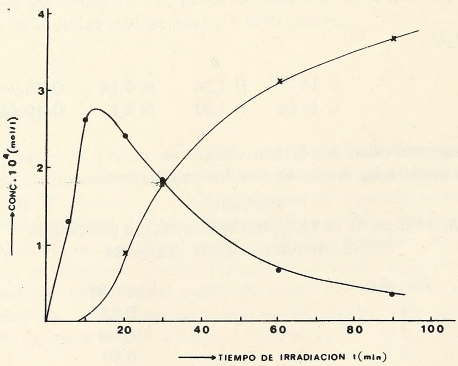


Fig. 3. – Fotólisis-UV ($\lambda = 254$ nm) del Iu ($c = 5.10^{-4}$ mol/l) en solución acuosa (pH = $6{,}0_2 = 1$ atm.). ●● = ácido isodialúrico, xx: 4,5-dihidroxi-imidazolidona-2.

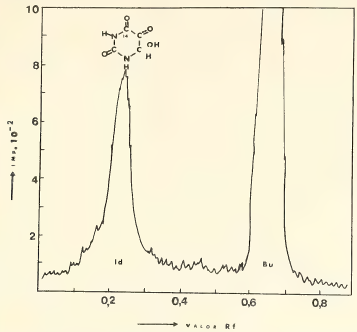


Fig. 4. – Radiocromatograma de una solución irradiada de 5-bromouracilo-4-14C. Las condiciones experimentales son análogas a las dadas en la Fig. 1.

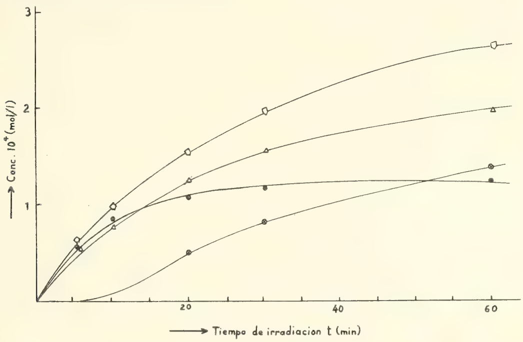


Fig. 5. – **Fotólisis-UV (λ = 254 nm) del Bu(c = 5.10^{-4} mol/1) en solución acuosa en presencia de IK** (c = 5.10^{-4}**mol/1) ▢ = Bu transformado por fotólisis; ● = Id; ⊕: Im; △ = I_2.**

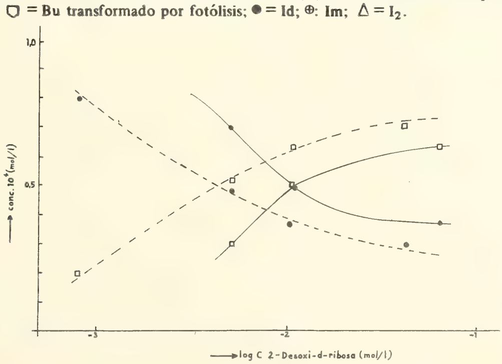


Fig. 6. – **Fotólisis-UV** de Bu(c-5.10^{-4} **mol/1) en presencia de** DR y oxígeno ____: solución saturada de oxígeno; - - -: solución saturada de aire; □ = uracilo; ● = Σ Idy Im.

Nota: los valores dados de los distintos productos han sido tomados a partir de diagramas de depedencia de dosis cuando ha reaccionado el 20% de Bu.

BIBLIOGRAFIA

1. B. Djordjevic, W. Szybalski, J. exp. Medicina *112*,509(1960).
2. E. Gilbert, D. Schulte-Frohlinde, Z. Naturforsch. *25b*, 492(1970).
3. S. Wake, T. Mawatari, Y. Otsuji, E. Imoto, Bull. chem. Soc. (Japan) **44**, 2202(1971).
4. E. Gilbert, G. Wagner, D. Schulte-Frohlinde, Z. Naturforsch. *26b*, 209(1971).
5. H. Ishihara, S.Y. Wang, Biochemistry *5*, 2307 (1966).
6. J.G.Calvert, J.N. Pitts, Photochemistry, p. 780, Wiley, New York 1966.
7. J. Hochanadel, J. Physic. Chem. *56*, 585 (1952).
8. E. Gilbert, G. Wagner, D. Schulte-Frohlinde, Z. Naturforsch. *26b*, 209 (1971).
9. B.V. Reibnitz, U.S. 2, 731, 472, Enero 17, 1956.

SERIE II. CIENCIAS APLICADAS, Nº 42

ISSN 0037-8437

BORRADO DEL EFECTO DE MEMORIA EN MEZCLAS DE CRISTALES LIQUIDOS NEMATICOS Y COLESTERICOS

Por BETTY KERLLEÑEVICH[1] y ANDRE COCHE[2]

RESUMEN

Se analizaron las características del proceso de borrado por aplicación de una tensión alternada de audiofrecuencia, en mezclas de distintas proporciones de cristales líquidos nemáticos y colestéricos. Se determinó la influencia de varios parámetros sobre el tiempo de borrado: 1) temperatura (y viscosidad), 2) valor de la tensión alternada de borrado, 3) concentración de producto colestérico, 4) campo continuo que produce la difusión dinámica y efecto de introducir un retardo entre su supresión y la aplicación de la tensión alternada.

INTRODUCCION

Los efectos ópticos de memoria en mezclas de sustancias nemáticas y colestéricas fueron descriptas por primera vez por Heilmeier y Goldmacher[1,2]. Estos autores demostraron que una mezcla de 90% en peso de anisilidén-para-aminofenilacetato (APAPA) y 10% de nonanoato de colesterilo (NC) produce una intensa difusión de la luz, en forma análoga al fenómeno de difusión dinámica (dynamic scattering) observado en los productos nemáticos puros, cuando se la somete a un campo eléctrico continuo o alterno de baja frecuencia (< 50 Hz). Pero en el caso de las mezclas, el efecto persiste después de suprimido el campo.

El "borrado" de la información así almacenada puede lograrse aplicando a la célula una tensión de audiofrecuencia superior a 500 Hz. Los mismos autores determinaron que el tiempo de borrado varía linealmente con V^{-1} donde V es la tensión de borrado. Varios autores[3,4] demostraron que la aplicación de campos eléctricos de frecuencias altas da como resultado la formación de la estructura colestérica de planos de Grandjean, cuya claridad óptica es muy parecida a la del producto nemático, mientras que los campos de baja frecuencia producen una estructura focal-cónica: su apariencia "policristalina" produce una difusión intensa de la luz, que es más notable cuanto más gruesa es la película estudiada.

Vamos a presentar algunas características del proceso de borrado de información almacenada por aplicación de un campo eléctrico continuo, en mezclas de LCI (producto nemático para el rango de temperaturas entre 5 y 70°C)[5] y de nonanoato de colesterilo (NC).

MONTAJE EXPERIMENTAL

Las células que hemos utilizado en nuestras experiencias[5] constan de una película delgada de la mezcla nemática-colestérica entre dos electrodos transparentes, en nuestro caso de vidrio revestido de una capa de óxido de estaño, entre las que se disponen separadores de mylar. La distancia entre electrodos se mantiene uniforme mediante un dispositivo de presión constante. Para obtener un ordenamiento lineal y homogéneo de la mezcla de cristales líquidos, se frotan previamente los electrodos transparentes sobre papel siguiendo la técnica de Chatelain. Los electrodos pueden estar a distancias que hemos elegido de 18 μm y en

[1] Departamento de Ciencias Exactas, Universidad Nacional del Sur, Bahía Blanca.

[2] Centre de Recherches Nucléaires, Strasbourg, Francia.

algunos casos de 36 μm, y éste es en consecuencia, el espesor de la película de cristal líquido. La célula se ubica en una caja termostatizada a ± 0,1°C en la que la temperatura puede hacerse variar entre 10 y 50°C aproximadamente.

La célula se ilumina con luz blanca y la luz que transmite se hace incidir en un fotomultiplicador; la señal anódica de éste se introduce a un osciloscopio o a un registrador X-Y. De este modo puede determinarse a cada instante la intensidad de la luz transmitida I_t y la de la luz difundida $I_s = I_o - I_t$, siendo I_o la intensidad transmitida por la célula en ausencia de campo eléctrico. De las curvas de decrecimiento de la luz difundida, puede deducirse el tiempo de borrado τ_D que definimos como el tiempo en que la luz difundida I_s decae de 90 a 10% de su valor inicial, cuando simultáneamente con la supresión del campo continuo se aplica un campo alterno. Hemos adoptado como frecuencia de la tensión de borrado 1 KHz ya que de experiencias preliminares se comprobó que el tiempo de borrado varía muy poco con la frecuencia, entre 0,5 y 5 KHz.

Hemos estudiado las variaciones de τ_D con varios parámetros: temperatura, tensión de borrado, tensión continua aplicada, para diferentes concentraciones de NC que se variaron entre 1 y 9% en peso. Además se trazaron las características de corriente en función de la tensión, para las distintas temperaturas, en cada célula analizada.

RESULTADOS

a) El agregado de sustancias colestéricas a las nemáticas, aún en pequeñas proporciones, produce la aparición de ciertas características de las sustancias colestéricas y en particular el efecto de memoria[6]. En realidad esos efectos aparecen a partir de una tensión V_m superior a la tensión umbral V_n de la difusión dinámica para la sustancia nemática pura. La tensión V_m corresponde aproximadamente al punto de discontinuidad de la curva de corriente en función de la tensión de la mezcla. En un trabajo anterior[7] (Fig. 1) hemos observado que su valor aumenta con la concentración de NC y disminuye para temperaturas más elevadas. Si la tensión aplicada tiene un valor comprendido entre V_n y V_m, la difusión dinámica desaparece espontáneamente al suprimirse el campo continuo, según una constante de tiempo cuyo valor no difiere apreciablemente de la del producto nemático en las mismas condiciones.

b) Para un espesor dado de la célula, al hacer aumentar la temperatura dentro del rango de 10 a 50°C, el tiempo τ_D decrece. En Fig. 2 se ve un gráfico semilogarítmico de esta variación. Fuera de los valores de τ_D obtenidos para temperaturas del orden de 40 a 50°C, el decrecimiento de τ_D sigue una ley similar a la observada para el decrecimiento espontáneo en el caso del producto nemático puro. Esta ley es del tipo

$$\tau_D = A \exp \frac{\delta E}{kT} \qquad (1)$$

donde k es la constante de Boltzmann y A es una constante arbitraria. La cantidad $\delta E \approx 0,4$ eV (determinada a partir de las curvas) no varía apreciablemente con el aumento de concentración de NC entre 1% y 9% en peso. Este valor es del mismo orden que el determinado para el producto nemático LCI puro. Para estas concentraciones la variación de τ_D con la temperatura parece relacionada directamente con la viscosidad η del producto nemático. En los trabajos realizados con LCI puro, llegamos a determinar que la variación de τ_D con la temperatura se debe exclusivamente a la de la viscosidad de la sustancia nemática, y estos resultados coinciden con los obtenidos por otros autores, Koelmans y Van Boxtel[8]. quienes estudiaron el tiempo t_r de crecimiento de I_s en mezclas de bases de Schiff. La variación de τ_D (y de η) sigue prácticamente la misma ley, dada por ec. (1) Ver Fig 3.

El viscosímetro utilizado es similar al descripto por Lindermann y Rikmenspoel[9] y permite efectuar mediciones sobre pequeños volúmenes ($< 1\ cm^3$). El principio se basa en el ocultamiento sucesivo de dos orificios, por una bolilla de acero que cae dentro de la sustancia cuya viscosidad es estudiada. La luz que normalmente pasa a través de los agujeros para incidir en un fotomultiplicador es cortada entonces por el paso de la bolilla. Resultan así dos pulsos sobre la señal de salida observada en el osciloscopio o sobre un registrador X-Y. El tiempo que separa los dos pulsos depende de la viscosidad.

c) Nuestros resultados experimentales muestran que el tiempo τ_D varía con la tensión alterna de borrado V, siguiendo la relación:

$$\tau_D = a\ V^{-n}$$

donde a es una constante. Se han representado ejemplos de esta variación en Fig. 4 en escala doble logarítmica, para varias concentraciones. Se verifica dentro del rango de concentraciones estudiado que el exponente n es prácticamente independiente de la temperatura y del campo continuo que produce la difusión de la luz; crece siguiendo una ley lineal con la concentración de NC como se ve en Fig. 5 y su valor es, por ejemplo: n = 1,5 y 3,15 para 1% y 8,5% de NC, respectivamente.

d) La Fig. 6 muestra que para una temperatura dada y para una misma tensión de borrado, el tiempo τ_D crece linealmente con la concentración de NC entre 1% y 5 (ó 6)% de NC. Para concentraciones mayores, este tiempo de borrado aumenta mucho más rápidamente.

e) Se estudió también la influencia sobre el tiempo de borrado τ_D del campo que produce la difusión de la luz. Para concentraciones de NC superiores al 4%, el tiempo τ_D decrece considerablemente cuando la tensión continua se hace superior a los 20 Volt (en el caso de una célula de 18 μm de espesor) y cuando la tensión de borrado se aplica en el mismo instante en que se corta el campo continuo. Esta variación se observa en Fig. 7. En cambio para concentraciones menores τ_D es prácticamente independiente de la tensión continua. Este efecto podría deberse a cambios de textura en el cristal líquido inducidos por el campo. Se trataría de transiciones de estructura focal-cónica a Grandjean, que pueden explicarse mediante consideraciones energéticas y que reducirían el efecto de memoria y el tiempo τ_D.[10,11]

Hemos observado también que si la tensión de borrado se aplica al cabo de un tiempo T_D después de suprimido el campo continuo, τ_D aumenta en consecuencia, y para un tiempo T_D suficiente (dos minutos aproximadamente), tiende hacia el orden de valores correspondiente a las bajas tensiones continuas (20 Volt para el caso de la célula de 18μm). Este efecto podría explicarse por una transformación de textura con transición por una estructura más estable, cuyo mecanismo está siendo estudiado. Hemos observado el mismo efecto para concentraciones mayores de NC.

CONCLUSIONES

La degradación de la estructura almacenada por aplicación de un campo continuo a una mezcla de cristales líquidos nemático y colestérico, depende de varios parámetros: temperatura, tensión de borrado, concentración de producto colestérico, campo continuo aplicado.

El tiempo que caracteriza esta degradación se hace más corto con el aumento de temperatura, tensiones de borrado y campo continuo.

Para concentraciones pequeñas de producto colestérico ($\approx$1%), se observa un efecto de memoria y en estos casos pueden obtenerse tiempos de borrado cortos.

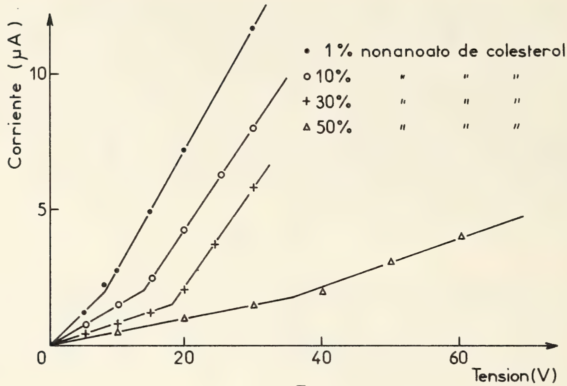

Corriente (μA)
10
5
0
20
40
60
Tension(V)
• 1% nonanoato de colesterol
○ 10% " " "
+ 30% " " "
△ 50% " " "

Fig.1

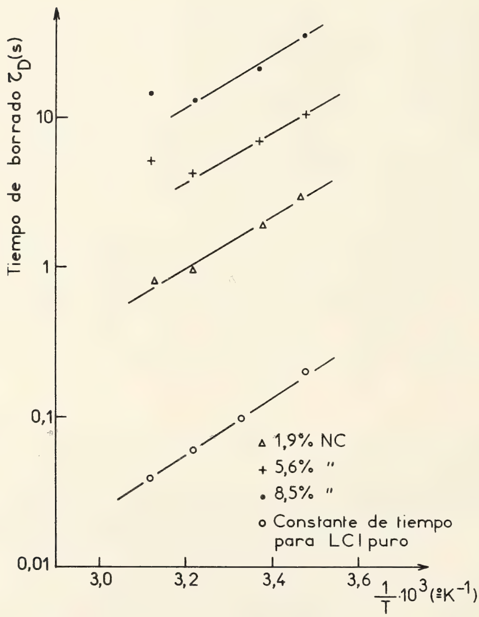

Tiempo de borrado τ_D(s)
10
1
0,1
0,01
3,0
3,2
3,4
3,6
$\frac{1}{T} \cdot 10^3$ (ºK^{-1})
△ 1,9% NC
+ 5,6% "
• 8,5% "
○ Constante de tiempo para LCl puro

Fig.2

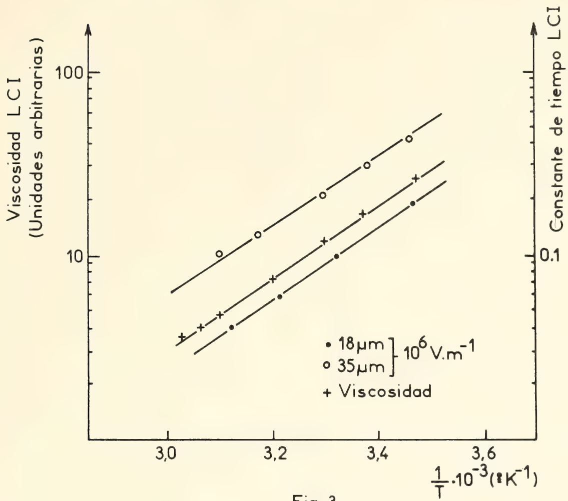

Viscosidad L C I
(Unidades arbitrarias)
100
10
Constante de tiempo L C I
0.1
• 18µm
○ 35µm
10⁶ V.m⁻¹
+ Viscosidad
3,0
3,2
3,4
3,6
1/T ·10⁻³(°K⁻¹)

Fig. 3

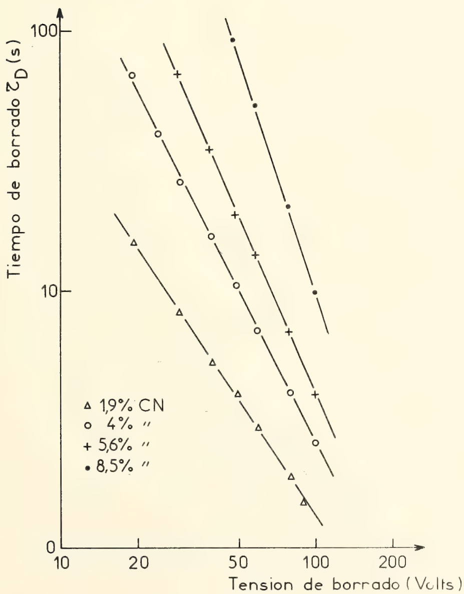

Tiempo de borrado τD (s)
100
10
0
10
20
50
100
200
Tension de borrado (Volts)
△ 1,9% CN
○ 4% "
+ 5,6% "
• 8,5% "

Fig. 4

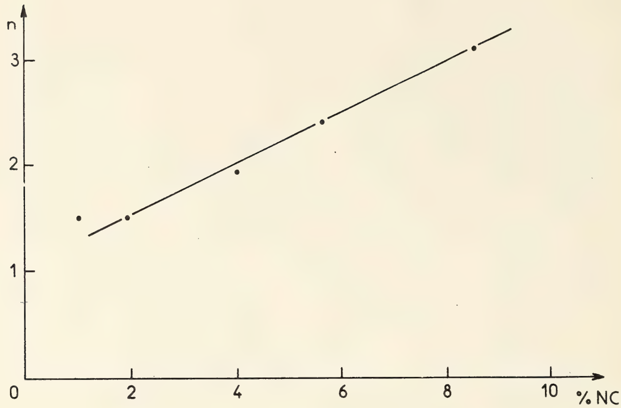

n
3
2
1
0
2
4
6
8
10
% NC

Fig.5

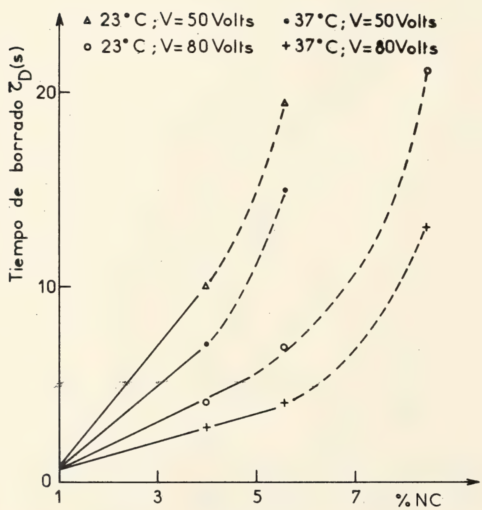

▵ 23°C ; V= 50 Volts
• 37°C ; V=50 Volts
o 23°C ; V= 80 Volts
+ 37°C ; V= 80 Volts
Tiempo de borrado τ_D(s)
20
10
0
1
3
5
7
% NC

Fig.6

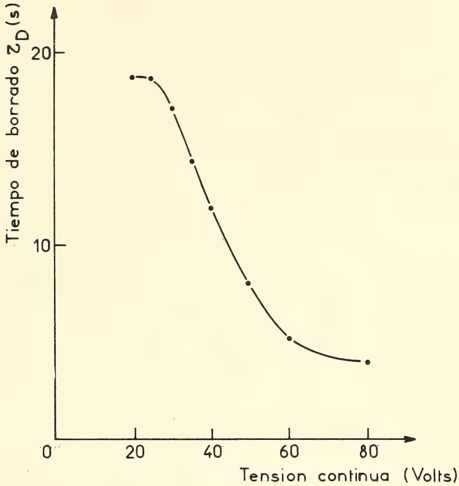

Tiempo de borrado τ_D(s)
20
10
0
20
40
60
80
Tension continua (Volts)

Fig. 7

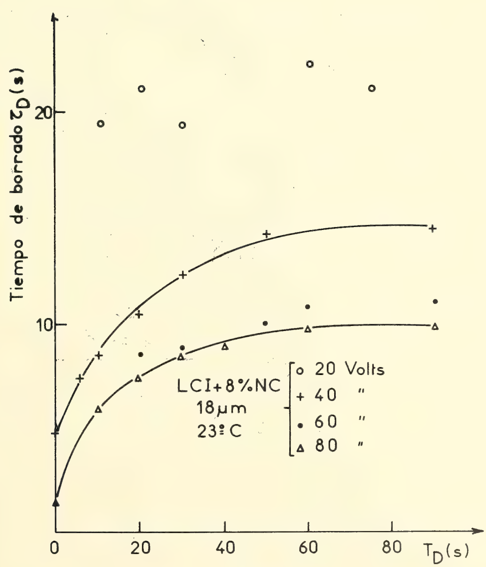

Tiempo de borrado τ_D(s)
20
10
0
20
40
60
80
T_D(s)
LCI+8%NC
18μm
23º C
o 20 Volts
+ 40 "
• 60 "
Δ 80 "

Fig 8

AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a A. Stampfler por su importante asesoramiento y a C. Koehl por su capacitada colaboración técnica.

Fig. 1. – Curvas características de corriente en función de la tensión a– para algunas concentraciones de NC en LCI: b– para algunas temperaturas.

Fig. 2. – Tiempo de borrado τ_D en función de la temperatura para tres concentraciones de NC en las siguientes condiciones: tensión continua 50 Volt, tensión de borrado 80 Volt (en valor eficaz).

Fig. 3. – Variación del tiempo de borrado τ_D y de la viscosidad η en función de la temperatura, para el LCI puro, y variación de η para una mezcla de LCI + 6% de NC.

Fig. 4. – Tiempo de borrado τ_D en función de la tensión alterna, para varias concentraciones de NC en las siguientes condiciones: temperatura 24°C, tensión continua 50 Volt.

Fig. 5. – n en función de la concentración de NC en LCI (correspondiente a la ley $\tau_D = a V^{-n}$)

Fig. 6. – Tiempo de borrado τ_D en función de la concentración de NC para una tensión continua de 50 Volt.

Fig. 7. – Tiempo de borrado en función de la tensión continua para una concentración de 9% de NC en LCI y a la temperatura de 23°C.

Fig. 8. – Tiempo de borrado τ_D en función del retardo T_D entre la supresión del campo continuo y la aplicación de la tensión alterna de borrado, para varias tensiones continuas. Concentración: 8% de NC en LCI, temperatura 23°C.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

1. G.H. Heilmeier and J.E. Goldmacher, Appl. Phys. Letters 13, 132 (1968).
2. G.H. Heilmeier and J.E. Goldmacher, Proc. IEEE 57, 34 (1969).
3. W. Haas, J. Adams and J.B. Flannery, Phys. Rev. Letters 24, 577 (1970).
4. F. Rondelez et H. Arnould, Compt. Rend. Acad. Sci. (Paris) 273B, 549 (1971).
5. B. Kerlleñevich and A. Coche, Mol. Cryst and Liq. Cryst. 24, 113 (1973).
6. W. Haas, J. Adams and G. Dir, Chem. Phys. Letters 14, 95 (1972).
7. B. Kerlleñevich and A. Coche, J. Appl. Physics 42, 5313 (1971).
8. H. Koelmans and A.M. Van Boxtel, Mol. and Liquid Cryst. 12, 185 (1971).
9. Lindemann and Rikmenspoel, J. Sci. Instr. 178 (1972).
10. W.H. Harper, Mol. Cryst. 1, 325 (1966).
11. J.J. Wysocki, J.E. Admas and W.E. Haas, Mol Cryst. 8, 471 (1969); id, Phys. Rev. Letters 20, 1024 (1968).

 ISSN 0037-8437

"EXPERIMENTACION CON NUTRIENTES: LA DOSIS ECONOMICAMENTE ACONSEJABLE DE UN NUTRIENTE"

Por MARIA ESTHER SUAREZ

RESUMEN

En este trabajo la autora, utilizando herramientas estadísticas y principios de la ciencia económica da una solución de lo que "bautiza" como la "dosis económicamente aconsejable de un fertilizante o nutriente".

Destaca que la acotación que efectúa al finalizar su investigación debe ser tenida profundamente en cuenta.

SUMMARY

In this work, with scientific rigor, but with a pragmatic objectiv, the author estimates has arrived to the solution of "the economical advisable dosis of a fertilizer". She combines, to get her point, principles of these too important sciences: Statistics and Economics.

The "marginal note" made at the end of this work, is importante taking into account.

EXPERIMENTACION CON NUTRIENTES
DETERMINACION DE LA DOSIS ECONOMICAMENTE ACONSEJABLE DE UN NUTRIENTE

Este trabajo ha sido preparado cmo parte inicial de tan importante tema y al mismo tiempo de gran interés por tratarse de un problema factible de ser estudiado desde varios puntos de vista: económico, físico, matemático, estadístico y por supuesto agronómico. En este artículo nos introduciremos en el tema mediante un enfoque más quizás económico, técnico y estadístico matemático pensando en el gran interés que puede representar para el productor considerándolo desde el punto de vista de empresario y el problema que puede implicar para él la determinación de lo que podríamos llamar "la dosis económicamente aconsejable de un nutriente".

Nos hemos abocado a este tema específico perteneciente al campo de la microeconomía por la relación estrecha que guarda, en lo que se refiere a implicancias económicas con la ciencia estadística.

SUMARIO

[1] Escuela de Estadística, Facultad de Ciencias Económicas (Universidad Nacional de Rosario). Año 1974.

INTRODUCCION

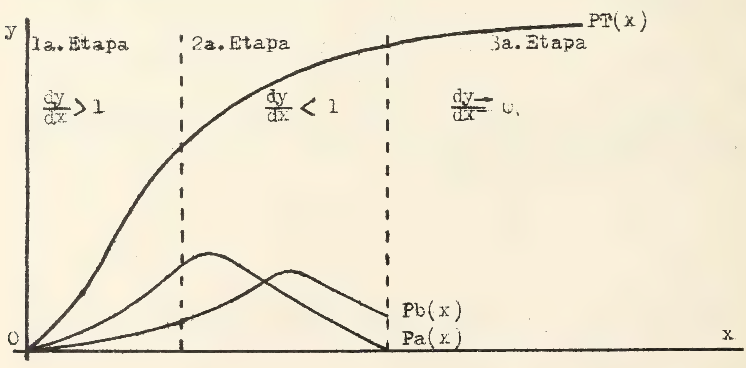
Todo análisis de experimentos con nutrientes, en particular cuando su estudio se hace desde un punto de vista económico y técnico, debe basarse en la hipótesis de que hay o existe una relación funcional entre las cantidades de nutrientes empleadas y el rendimiento obtenido de la variedad que se trate. Pero qué es lo que sucede? , esta relación no es conocida a priori pero puede ser aproximada en forma empírica con los datos numéricos que expresan el comportamiento de la producción relativa a las dosis de nutriente empleadas en la experiencia.

Si expresamos con y, la producción agrícola, surge casi inmediatamente que debemos pensarla como una función de varios factores o variables, o sea que podemos darle una expresión simbólica escribiendo $y = f\ (x_1, x_2 ... x_n)$ en donde será la producción por unidad de área (medida por ejemplo en quintales de trigo o maíz por hectárea) y $x_1, x_2, .. x_n$ son las cantidades de los factores productivos empleados tales como abono, mano de obra, agua de riego, etc.

A nosotros nos interesa encarar el estudio del comportamiento de la producción cuando hay un solo factor variable: el nutriente. Es decir, nos interesará determinar la ley analítica que liga la producción con las dosis diferentes de nutriente, por lo tanto lo expresaremos así, buscamos $y = f_1\ (x_1)$.
Todo esto es del máximo interés para el experimentador y el productor cuando se plantean y se llevan a cabo experimentos con dosis crecientes de un nutriente.

Antes de seguir con nuestro estudio, deseamos decir que si no se consiguen mantener constantes los demás factores en juego, el análisis estadístico revelará la importancia de ellos y los controlará a través de la técnica del Análisis de la Variancia. El investigador para determinar esta ley analítica $y = f_1\ (x_1)$ toma como hipótesis de trabajo la llamada "ley de las proporciones variables", llamada también "ley de los rendimientos decrecientes" o "ley de los crecimientos no porporcionales", que en forma sencilla puede ser enunciada: "si la cantidad de un factor productivo fuera aumentada en incrementos iguales permaneciendo fijas las cantidades de otros factores, los crecimientos o incrementos de la producción correspondiente podrían crecer al comienzo mas decrecerían después de un cierto punto" (Spillman W.J. - 1924 - "The law of diminishing returns" – World Book Co. New York. – Heady E.O. - 1952 - "Economics of Agricultural Production and Resource Uses". New York.).

Vamos a ilustrar esta ley por medio de la curva cuyas ordenadas representan el producto físico total y las abscisas el factor variable. Simbolizaremos a esta curva con PT (x) (deseamos aclarar que esta curva del producto físico total se la obtiene como $P_a(x)$ dx, siendo $P_a(x)$ la curva del producto marginal):



La curva PT (x) presenta una etapa inicial de rendimientos crecientes, esto es, PT (x) aumenta más que proporcionalmente ante la aplicación del factor.
Viene luego una etapa de crecimiento de rendimientos decrecientes pero aún positivos, finalmente una última etapa de crecimientos de rendimientos nulos.

Pero en realidad interesa conocer más el comportamiento de la curva PT(x), el del *producto físico medio* o sea $P_o(x) = \int_0^x P_a(z)\, dz/z$ y el del ***producto físico marginal*** o sea, P_a (x), ya que del estudio del comportamiento de esta última surgirá la ecuación matemática de y.

El P_o (x) ó productividad media se refiere a la relación y/x, o sea, el producto físico total dividido por la cantidad del factor variable. Para todo punto de la curva PT (x), la productividad media está dada por la tangente del ángulo formado por el eje de abscisas y la recta que pasa por el origen. El producto físico marginal está dado por la derivada dy/dx. En la primera etapa, la curva $P_a(x)$ es creciente, en la segunda etapa es decreciente.

En los experimentos con nutrientes, casi nunca existe la primera etapa pues desde el comienzo los crecimientos de producción son en la gran mayoría de los casos, menos que proporcionales a las cantidades de nutrientes empleadas. Esto se debe sin duda al hecho de que las dosis del nutriente no son nunca muy pequeñas y ya el suelo posee una cantidad del abono en cuestión, lo que aparecerá luego como un parámetro en la ley analítica buscada. Este hecho apresura también el proceso de saturación de la producción.

DETERMINACION DE LA RELACION FUNCIONAL ENTRE LA PRODUCCION Y LAS DOSIS DEL NUTRIENTE

En el estudi o de los ensayos con nutrientes y con ayuda de los principios económicos que ya mencionamos, surge el problema de determinar a partir de los datos experimentales, la ecuación matemática de curva $y = f_1(x)$. Esto ha dado lugar a la proposición de diferentes ecuaciones y como generalmente sucede, ha sido elegida como "mejor" una de ellas. Sin embargo consideramos interesante mencionar algunas de las otras ecuaciones propuestas.

En el problema de determinar la ley analítica nutriente-producción, es posible postular varias ecuaciones como funciones de regresión de y en x y luego, llevado a cabo el correspondiente ensayo de hipótesis estadístico (con la correspondiente estadística P, cociente de dos variables), es factible encontrarse con el hecho de que ninguna hipótesis sea rechazada. Sin embargo, desde el punto de vista matemática; las ecuaciones pueden diferir enormemente como ya lo veremos. Esto explica uno de los aspectos característicos de las técnicas estadísticas. Un test de hipótesis puede conducir al rechazo de una hipótesis, pero nunca prueba o llega a probar que esta hipótesis sea la correcta, puesto que ya mencionamos que es siempre posible postular diferentes hipótesis que no son rechazadas por los test estadísticos.
Lo crucial es que la elección entre las siguientes posibles hipótesis debe ser hecha en función del conocimiento específico del problema que da lugar a las observaciones. En el caso que nos ocupa, el razonamiento e hipótesis a utilizar para la determinación de $y = f_1(x)$ (que llamaremos simplemente a partir de ahora $y = f(x)$) será la siguiente:

a) para una dosis de nutriente en una parcela dada, la producción estará determinada principalmente por los siguientes factores: (α) características propias del nutriente; (β) la fertilidad natural del suelo y su contenido intrínseco de ese nutriente en cuestión y (γ) la producción máxima teórica posible a obtener con valores crecientes de x. Veremos que sobre la consideración de estas hipótesis surge la ley analítica que dará la regresión teórica de y en x conocida como la *ley de Mitscherlich,* ley que cae dentro de las conocidas como "curvas

de crecimiento" y que caracterizan los fenómenos de crecimientos en el campo de la economía, física, química, población, etc.

Es importante destacar nuevamente que la ley que va a representar la $y = f(x)$ y que da la relación funcional entre las dos variables x é y, se obtiene sobre la base de un conocimiento profesional del problema en discusión y esto es de fundamental importancia en lo que respecta a la fidedignidad de las extrapolaciones que se deseen hacer.

Desarrollaremos entonces, primero en forma teórica en general, la deducción de una de estas curvas de crecimiento y veremos luego como este razonamiento lógico-deductivo puede aplicarse al caso concreto que nos incumbe.

Supongamos que la variable x simboliza el tiempo o la magnitud del factor que incide en el crecimiento de y en el fenómeno observado. Entonces, el coeficiente diferencial dy/dx simboliza la "tasa de crecimiento", es decir, el crecimiento por unidad del tiempo (en nuestro caso por unidad de dosis de nutriente).

Supondremos que el proceso de crecimiento puede ser caracterizado por la ecuación diferencial:

$$dy/dx = f\,(x, y)$$

la que indica que la tasa de crecimiento depende de ambos, de x, y del tamaño o cantidad obtenida de y. A partir de ahora trataremos sólo con el caso especial del tipo:

$$dy/dx = h\,(y).\,g\,(x) \qquad (2.1)$$

o bien: $$dy/h\,(y) = g\,(x)\,dx$$

Integrando resulta: $$F\,(y) = G\,(x)$$

y por medio de esta ecuación, y, queda determinada como una función de x.
Introducimos ahora en (2.1) el supuesto que:

$$dy/dx = (\lambda - y)\,g\,(x), \quad (o < y < \lambda) \qquad (2.2)$$

Por qué hemos introducido esta h (y) expresada en esta forma? . Ya lo dijimos antes, esta ecuación que incluye el parámetro λ como cota superior de y, indica que el crecimiento está limitado ya que λ representa el valor externo que podría tomar y.

Ella indica que para un tiempo dado, la tasa de crecimiento es proporcional al "tamaño remanente", esto es, al tamaño máximo menos el tamaño alcanzado y una función del tiempo. Si ahora consideramos el "coeficiente diferencial logarítmico":

$$\frac{d \log y}{dx} = \frac{1}{y} \cdot \frac{dy}{dx}$$

que representa "la tasa de crecimiento relativa", es decir, el incremento proporcional por unidad del tiempo, nuestra ecuación vendrá:

$$\frac{d}{dx} \log (\lambda - y) = - \frac{(\lambda - y)}{(\lambda - y)} .\, g\,(x) = g\,(x)$$

$$- \frac{d \log (\lambda - y)}{dx} = g\,(x)$$

y la solución general de nuestra ecuación diferencial será:

$$\log(\lambda - y) = -\int_o^x g(x^1)\,dx^1 + H = -G(x) + H$$

$$(\lambda - y) = e^{-G(x)^o} \cdot H_1 \quad , \quad y = \lambda - e^{-G(x)} \cdot H_1$$

pero ahora, por las condiciones del problema, la constante indeterminada del problema toma en este caso particular el valor $H_1 = \lambda$, pues cuando $x = 0$, $y = 0$ y esto implica que $H_1 = \lambda$, de donde resulta que:

$$y = \lambda\left[1 - e^{-G(x)}\right] \qquad (2.3)$$

Falta ahora explicitar a g(x). Introduciendo funciones especiales para g(x), por ejemplo, podrían ser:

$$g_1(x) = \beta_o + \beta_1(x) + \beta_2 x^2 \qquad ó \qquad g_2(x) = \beta_o + \beta_1/x + \beta_2/x^2$$

y obtendríamos así un número de ejemplos de curvas de crecimiento. Para nuestro caso vamos a admitir el más simple, que $g(x) = \beta$, obteniendo entonces como solución:

$$y = \lambda\left[1 - \gamma \cdot e^{-\beta x}\right] \quad , \quad \gamma = e^{-\alpha} \qquad (2.4)$$

Para $\beta > 0$ ésta es una función creciente de x, teniendo para $x \to \infty$ a λ como asíntota.

Deseamos destacar que desde el punto de vista estadístico surge un problema especial en lo que se refiere a la estimación de los parámetros de esta ecuación (λ γ y β) ya que las observaciones generalmente no son estadísticamente independientes, entonces los supuestos que dan las bases del Análisis de la regresión generalmente no se mantienen. Los métodos estadísticos a ser usados para el tratamiento de datos provenientes de procesos de crecimientos, aún no están bien clasificados.

Elementos sumamente valiosos pueden obtenerse en la bibliografía dada al final.

En estos ensayos con nutrientes, que presentan todas las características de las curvas de crecimientos, hay entonces motivos poderosos para evitar el uso de regresiones parabólicas, dándose preferencia a una regresión de y, en x, que con razonamiento análogo al general presentado en páginas anteriores, conduce a la llamada ley de Mitscherlich, cuya expresión analítica es:

$$y = A\left[1 - 10^{-c(x+b)}\right]$$

en la cual: A es la producción máxima teórica posible para valores muy elevados de x, (dosis de nutriente), c, llamado coeficiente de eficacia, esun parámetro típico de nutriente en cuestión y b, corresponde a la fertilidad natural del suelo, sin el aporte del abono en estudio.

En los países en los que rige el sistema métrico, en la ecuación de Mitscherlich x, se expresa en quintales métricos por ha.; c, es entonces expresado en ha./quintal métrico.

Para hacer un poco de historia (lo que siempre resulta ameno o instructivo) podemos decir, que los ingleses prefieren otro tipo como la ecuación nutriente-producción. Algunos como Stevens, prefieren dar a la ley de Mitscherlich la forma: $y = \alpha + \beta\zeta^x$ o lo que

es lo mismo, $y = m - ar^x$, ésta debida a Spillman y que corresponde exactamente a la ecuación propuesta por Mitscherlich.

Como vemos, la ecuación de Mitscherlich admite una asíntota horizontal, de ordenada igual a A. Esto está perfectamente de acuerdo con lo que sucede en la práctica en el uso con nutrientes, pues éstos a partir de una cierta dosis en adelante llegan a producir un efecto de *saturación.* (Esto es de sumo interés para entrar luego a considerar el punto de la determinación de la dosis económicamente aconsejable de un nutriente).

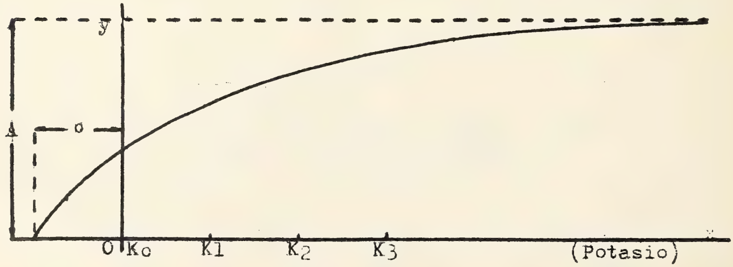
Aunque mencionamos quepara estos casos, el uso de polinomios no conviene para el análisis de estos experimentos (considerando los hechos reales que nos llevan a la formulación de hipótesis concordantes con la realidad), diremos que otros autores, como Heady por ejemplo, en "Economic Production Functions", prefieren utilizar un trinomio de segundo grado: $a + b_1x + b_2x^2$.

Esta ecuación conduce a cálculos generalmente más simples pero tiene defectos graves que hacen desaconsejable su uso, como ser:
1) es completamente impropia para una extrapolación, lo qe no sucede con la ecuación de Mitscherlich. 2) Los parámetros con excepción de a, no tienen una interpretación objetiva conveniente.

Al revés de esto, la ecuación de Mitscherlich aunque presenta las dificultades en las estimaciones de sus parámetros, éstas son compensadas por ventajas que aparecen posteriormente y que la recomiendan para su uso en forma ya más general. Ella exige, para su aplicación conveniente, experimentos de gran precisión o mejor aún grupos de experimentos numerosos. En estos casos, los valores de c, obtenidos para cada nutriente son practicamente constantes. Nota: Es desaconsejable su uso, cuando el suelo reacciona muy mal ante el nutriente en estudio.
Según mencionan en sus artículos los Profesores A.C. Zaggatto y F. Pimentel Gómes, en Experimentos de campo en regiones tropicales y subtropicales permiten tomar como muy razonables las estimaciones de c, siguientes: c = 0,49 ha./quintal métrico para el nitrógeno; c = 0,88 ha./quintal métrico para el fósforo y la potasa (K_2O) y para el estiércol c = 0,018 ha./ton.
(Hasta el momento de realizada esta investigación no se ha posido constatar estadísticamente el valor estimado de los parámetros por falta de información solicitada y tiempo. Será una deuda para el inmediato futuro).

Para mayor facilidad en la aplicación de la ley de Mitscherlich (lo mismo que en el caso de los polinomios ortogonales), se deben adoptar niveles de nutriente igualmente espaciados.

La gráfica de la ecuación de Mitscherlich es:



LA FORMULA PARA EL CALCULO DE LA DOSIS ECONOMICAMENTE ACONSEJABLE DE UN NUTRIENTE

Este problema de la determinación dela dosis "óptima" de un nutriente es sumamente importante y surge como una consecuencia inmediata e la ley deMitscherlich, representativa de la regresión producto-nutriente. Mencionamos ya anteriormente que esta curva refleja la existencia de un proceso de saturación de la producción ante la aplicación de dosis crecientes del nutriente, por lo tanto es casi evidente el deseo de determinar un valor "óptimo" de la variable independiente x (o sea la dosis de nutriente) para evitar entrar en esta etapa de saturación, esto es importante aún prescindiendo del problema monetario, el que sabemos tiene una gran importancia real, por lo tanto razonaremos este problema basándonos en los conceptos previos pero incluyendo también el problema económico, para poder llegar así al valor de x, que será el valor buscado. Veremos que mediante aproximaciones, este valor resultará igual a:

$$x^* = \frac{1}{2} x_u + \frac{1}{c} \log \frac{v \cdot u}{t \cdot x_u} \qquad (3.1)$$

donde *u* es el aumento de producción del producto agrícola considerado obtenido con la dosis x_u de nutriente; v, es el precio unitario de este producto pagado por el productor; t, es el precio unitario del nutriente y c, es el coeficiente de eficacia.

Es evidente que siendo P_y el precio unitario del producto y P_x el precio unitario del nutriente, sólo continuaremos aplicando dosis adicionales de nutriente cuando el crecimiento o incremento $P_y dy$ en el valor de la producción, no son inferiores al incremento $P_x dx$, es decir, siempre y cuando el rendimiento marginal sea mayor que el costo marginal:

$$P_y dy \geqslant P_x dx \quad \therefore \quad dy/dx \geqslant P_x/P_y \qquad (3.2)$$

En los estudios con nutrientes dy/dx es una función decreciente de x, de donde surge que siendo x* la solución de la ecuación:

$$dy/dx = P_x/P_y \qquad (3.3)$$

debemos usar una dosis $x \leqslant x^*$, esto es, x* es la dosis máxima económicamente conveniente, para cualquier dosis de nutriente inferior a x* será también lucrativa.

Antes de resolver esta ecuación (3.3) vamos a considerar algo que llamaremos "un factor de confianza o corrección", sea $f \geqslant 1$ y teniendo en cuenta los efectos residuales de nutrientes en años sucesivos, obtenemos la ecuación:

$$P_y \left[\frac{1}{f} dy_1 + \frac{1}{f^3} dy_3 + \ldots \right] \geqslant P_x d_x$$

donde y_i (i = 1, 2, 3, 4, . . .) se refiere a la producción en el año i-ésimo o a la i-ésima cosecha. Supuesta adoptada la ley de Mitscherlich, encontramos mediante algunas hipótesis simplifacoras del problema, la siguiente ecuación:

$$x^* = \frac{1}{c} \left[1 - \frac{h(1-h)}{f} \right] \cdot \log \left[\frac{A P_v c}{(f-h) P_x \log e} - bc \right] \qquad (3.4)$$

donde h mide el efecto residual del nutriente. En el caso que $f - h = 1$, podemos deducir la fórmula aproximada:

$$x^* = \frac{1}{c} \log \left[\frac{A\ P_v}{f\ P_x} \quad \frac{c}{\log e} - b \right] \qquad (3.5)$$

la que para $f = 1$ corresponde exactamente a la solución de la ecuación (3 . 3).

En el caso general de tener dos niveles de fertilizante (cero y x_u), con incremento de producción, u, causado por el nutriente, esta fórmula (3.5) puede ser aproximada bastante bien por:

$$x^* = \frac{1}{2}\ x_u + \frac{1}{c} \log \left[\frac{u\ P_v}{x_u \cdot P_x} \right] \qquad (3.6)$$

Donde (3.6) es igual a la primera fórmula dada en (3.1).

Pero para que se pueda aplicar la dosis "óptima" y máxima x^*, será necesario que no haya limitaciones de capital a disposición del productor, esto es, que el capital sea suficiente para la compra de esa cantidad óptima. Supongamos por ejemplo, que el productor sólo dispone de un monto o capital C a ser empleado en la compra del nutriente. Es decir, que tenemos que introducir una restricción adicional a la (3.2), que es:

$$x \cdot P_x \geqslant C$$

Siendo x^{**} la dosis de nutriente a ser empleada por el productor, estará limitada por las desigualdades $x \leqslant x^*$, $x \leqslant x^{**}$, luego no podrá exceder a los dos valores x^* y x^{**}.

CONCLUSION

Estas leyes que me dan la producción según el nutriente utilizado, tienen el valor de las leyes económicas cuando se introduce la referencia de ceteris paribus, lo que quiere decir que las leyes que se dan son *paramétricas*, es decir, están condicionadas a la naturaleza y medida de las otras variables, observación ésta que no siempre se tiene en cuenta.

BIBLIOGRAFIA

1. Dieulefait, Carlos E., "La teoría de la población en relación con sus grupos sociales componentes", Concitato Italiano per lo studio dei problemi della popolazione, Roma, 1932.
2. Dieulefait, Carlos E., "Elementos de Análisis Demográfico", Instituto de Estadística, Fac. de Cs. Económ. (U.N. del Litoral), 1941.
3. Heady, E.O., "Economics of Agricultural Production and Resources Uses", New York, 1952.
4. Hotelling, H., "Differential equations subject to error and population estimates", Journal of the American Statistical Association, 1927.
5. Lotka, A.J., "Elements of Physical Biology", Baltimore, 1925.
6. Pearl, R., "The Biology of Population Growth", Londres, 1928.
7. Spillman, W.J., "The Law of diminishing returns", World Book Co, New York, 1954.
8. Wilson, E.B., Puffer., "Least Squares and Laws of population growth", 1933.
9. Will, H.S., "On a general solution for the parameters of any funcion with applications to the theory of organic growth", Annals of Math. Statistics, 1936.
10. Yule, C., "The growth of population and the factors which controls it", Hournal of The Royal Statistical Society, 1925.

 ISSN 0037-8437

APLICACION DE LA TEORIA DE VARIABLE COMPLEJA AL CALCULO DE AUTOVALORES EN GUIAS DE ONDA DE SECCION ARBITRARIA

Por PATRICIO A. A. LAURA*

RESUMEN

El uso de guías de onda de sección no convencional se ha hecho común en la última década. Diversos métodos analíticos y numéricos han sido utilizados para determinar modos de propagación, autovalores, etc. Un método que ha sido usado por varios investigadores en Europa y Estados Unidos de Norte América es el de transformación conforme, por el cual se convierte a la sección en una más simple y luego se aplica alguna de las técnicas de residuos ponderados para resolver el sistema diferencial transformado. En este trabajo se presentan algunos resultados de investigaciones recientes realizadas por el autor y sus colaboradores para secciones simples y doblemente conexas.

INTRODUCCION

Las guías de onda de sección circular y rectangular no siempre ofrecen una solución óptima desde el punto de vista practico. Las investigaciones tanto experimentales como analíticas sobre secciones de forma compleja son numerosas.

Los métodos analíticos que han sido utilizados por diversos investigadores son*:

(a) transformación conforme
(b) diferencias finitas
(c) colocación por puntos en el contorno
(d) método de Rayleigh-Ritz
(e) método de Galerkin
(f) método de momentos
(g) técnicas de perturbación
(h) métodos de impedancia
(i) elementos finitos.

En el presente trabajo se analiza el cálculo de autovalores en guías de onda de sección compleja, mediante el método de transformación conforme y técnicas variacionales. Este enfoque ha sido utilizado por el autor y sus colaboradores en la solución de varios problemas de determinación de autovalores en guías de onda de sección "no circular" y "no rectangular".

Es importante mencionar los trabajos de Meinke[2,3] y Tischer[4-7], quienes han hecho uso del método de transformación conforme en el estudio de propagación de ondas electromagnéticas en varios tipos de guías de onda.

Ambos autores[3,5] transforman a la sección transversal de la guía de onda en un rectángulo siendo posible calcular frecuencias críticas, campos, corrientes, potencia transportada y atenuación de los diversos modos de propagación. El método ha sido desarrollado en forma independiente por ambos investigadores consistiendo la diferencia fundamental entre

*Doctor, Ingeniero, Ph. D. Director, Instituto de Mecáncia Aplicada (SENID-CONICET) Base Naval Puerto Belgrano

NOTA: Este trabajo fue recibido el 9-1-1973.

los enfoques en las técnicas de solución de la ecuación transformada de Helmholtz.

Meinke y Tischer mencionan la aplicabilidad de procedimientos que hacen uso de la técnica del tanque electrolítico para obtener la transformación deseada.

En Ref. 7, Tischer utiliza la transformación de Schwartz - Christoffel para resolver un importante problema de la teoría de microondas. Bava y Perona[8] resuelven un interesante problema de microondas siguiendo el método de Tischer[7], pero utilizando tres transformaciones sucesivas.

El autor y sus colaboradores[9-13] han usado el método de representación conforme, transformando a la sección dada en un círculo unitario en el caso de regiones simplemente conexas y en un anillo circular si se trata de regiones doblemente conexas. Resulta así un sistema diferencial en el cual las condiciones de borde pueden ser satisfechas idénticamente, pero donde la ecuación diferencial debe ser resuelta en forma aproximada. Esto es llevado a cabo mediante el método de residuos ponderados.

TEORIA

En el caso de una guía de onda prismática perfectamente conductora, las ecuaciones de Maxwell se reducen a la ecuación de Helmholtz:

$$\nabla^2\Psi + k^2\Psi = 0 \qquad (1)$$

donde Ψ es una función escalar; $k^2 = k_o^2 - k_z^2$; $k_o^2 = \omega^2 . \mu_o . \epsilon_o$; $k_z^2 = 2\pi/\lambda_g$; λ_g : longitud de onda: ∇^2 es el operador Laplaciano en dos dimensiones y ω es la frecuencia circular del modo de propagación.

Las condiciones de borde que debe satisfacer Ψ son:

$$\Psi\,[L\,(x,y) = 0] = 0 \qquad \text{(modos transverso magnéticos)} \qquad (2a)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial n}[L\,(x,y) = 0] = 0 \qquad \text{(modos transverso eléctricos)} \qquad (2b)$$

donde L (x,y) = O es la relación funcional que define el contorno de la sección en el plano w (w = x + iy) y n es la normal al borde.

Es conveniente escribir a la ecuación (1) en la forma:

$$4\,\frac{\partial^2\Psi}{\partial w\,\partial \overline{w}} + k^2\Psi = 0 \qquad (3)$$

donde $\overline{w} = x - iy$.

Sea

$$w = f(\xi) \qquad (4)$$

la función analítica que transforma a la región (simple o doblemente conexa) es una más simple en el plano ξ (círculo unitario en el caso de una región simplemente conexa y anillo circular si se trata de una región doblemente conexa). De las ecuaciones (3) y (4) se obtiene:

$$4 \frac{\partial^2 \Psi}{\partial \xi \, \partial \bar{\xi}} + k^2 \, | f'(\xi) |^2 = 0 \tag{5}$$

Las condiciones de contorno transformadas son, en el caso de una región doblemente conexa:

$$\Psi (\xi, \bar{\xi}) \, |_{r_i} = 0 \qquad (i = 1{,}2) \tag{6a}$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} (\xi, \bar{\xi}) \, |_{r_i} = 0 \qquad (i = 1{,}2) \tag{6b}$$

En este trabajo solo se consideran modos transversos magnéticos de propagación. El caso de modos transversos eléctricos, puede ser analizado también siguiendo el procedimiento de Hina[14].

SOLUCION DEL SISTEMA DIFERENCIAL TRANSFORMADO

a. Método de Galerkin

En el método de Galerkin se aproxima la solución de (5) mediante una sumatoria:

$$\Psi (\xi, \bar{\xi}) \simeq \sum_{n=1}^{N} b_n \, \Psi_n (\xi, \bar{\xi}) \tag{7}$$

donde las Ψ_n forman un conjunto completo de autofunciones que satisfacen idénticamente las condiciones de contorno, Substituyendo (7) en (5) resulta una expresión residual o función error ϵ (ξ, $\bar{\xi}$), que en general será diferente de cero. El método de Galerkin requiere que ϵ (ξ, $\bar{\xi}$) sea ortogonal con respecto a cada una de las funciones coordenadas Ψ_n (ξ, $\bar{\xi}$) en el, dominio transformado D:

$$\int_D \epsilon(\xi, \bar{\xi}) \, \Psi_n (\xi, \bar{\xi}) \, dD = 0 \tag{8}$$

Resulta así un sistema homogéneo de N ecuaciones lineales en los coeficientes b_n. Para que este sistema tenga una solución no trivial, es necesario y suficiente que el determinante de los coeficientes de las incógnitas sea idénticamente nulo, obteniéndose así una ecuación-determinante en los autovalores k.

Sea la configuración que se muestra en la Figura 1, cuya transformación en el plano W está dada por la función analítica;

$$z = a (\xi + m \xi^5) \; ; \; \xi = re^{i\theta} \tag{9}$$

donde m = 1/6 .

Tomando a (7) en la forma:

$$\Psi \simeq \sum_{n=1}^{N} b_n \mid 1 - (\xi \, . \, \bar{\xi})^n \qquad (10)$$

y reemplazando (9) y (10) en la ecuación diferencial gobernante (5) se obtiene la correspondiente expresión de la función error $\epsilon(r,\theta)$. Tomando n= N = 1 resulta:

$$k_{o1} = \frac{2.43}{a}$$

y haciendo N = 2 resulta[15]:

$$k_{o1} = \frac{2.388}{a}$$

Cabe mencionar el hecho de que este valor debe ser considerado como una primera aproximación, ya que la ecuación (10) contiene únicamente a la variable radial.

b. *Método de Colocación a lo Largo de Arcos*

En este método se requiere que la integral de la función error a lo largo de N arcos concéntricos se anule:

$$\int_o^{2\pi} \epsilon(\xi, \bar{\xi}) \, . \, 2\pi \, . \, r_i \, . \, d\theta = 0 \qquad (i = 1,2,...N) \qquad (11)$$

resultando así un determinante-ecuación en los autovalores k.

En Ref. 16 se presentan resultados tomando:

$$\Psi \simeq \sum_{n=1}^{N} b_n J_o \left[\alpha_n (\xi \, . \, \bar{\xi})^{1/2}\right] \qquad (12)$$

donde J_o denota la función de Bessel de primera clase y orden cero y los parámetros α_n son sus raíces.

Tomando N= 4 y r_i = 0,0.25, 0,50, 0.75 resulta[16]:

$$k_{o1} = \frac{2.39}{a}$$

c. *Método de Colocación en Subdominios*

El criterio de minimización del error consiste ahora en requerir que la integral de la función error en N subdominios se anule:

$$\int_{D_i} \epsilon(\xi, \bar{\xi}) \, dD_i = 0 \qquad (i = 1,2,...N) \qquad (13)$$

Tomando N = 2, el valor obtenido en la Ref. 16 es k_{oi} = 2.394.

d. *Determinación de Límites Superior e Inferior por el Método de Kohn-Kato*

Este método es de uso común en física nuclear y fue extendido a problemas bidimensionales en Ref. 17. La aplicación del método es sumamente laboriosa obteniéndose en definitiva los siguientes valores[17]:

$$\frac{2.384}{a} \leqslant k_{01} \leqslant \frac{2.385}{a}$$

Desde el punto de vista práctico, los límites calculados son tan cercanos que el conocimiento de los mismos equivale a conocer el valor exacto. Es importante mencionar, el hecho de que esta es la única configuración compleja para la cual se conoce su primer autovalor con tanta precisión.

Comparando los resultados obtenidos (Tabla 1), se concluye que todos los valores concuerdan con muy buena precisión. El método de Galerkin da un valor muy cercano a los límites obtenidos mediante la técnica de Kohn-Kato.

OTRAS APLICACIONES

Sea ahora el caso de una guía de onda de sección cuadrada para la cual se conocen los autovalores exactos.

La función transformación está dada por la integral elíptica:

$$w = 1.08 \; a \int_o^{\xi} (1 + t^4)^{-1/2} \, dt \tag{14}$$

donde a es la apotema del cuadrado.

Expandiendo a (14) en series de Mac Laurin se obtiene:

$$w = a(1.08\,\xi - 0.108\,\xi^5 + 0.045\,\xi^9 - 0.026\,\xi^{13} + \ldots) \tag{15}$$

Tomando N = 2 en la ecuación (10) se obtiene mediante el método de Galerkin:

$$k_{01} = \frac{2.221}{a} \quad ; \quad k_{02} = \frac{5.176}{a}$$

y tomando N = 5 en (12) se obtiene por colocación a lo largo de arcos:

$$k_{01} = \frac{2.221}{a} \quad ; \quad k_{02} = \frac{5.069}{a}$$

siendo los valores exactos:

$$k_{01} = \frac{2.221}{a} \quad ; \quad k_{02} = \frac{4.967}{a}$$

La Tabla 2 muestra resultados obtenidos para diferentes secciones poligonales regulares[11] Los resultados obtenidos para el primer autovalor son prácticamente los mismos. En el caso del segundo autovalor k_{02} , el valor obtenido mediante la técnica de colocación a lo largo de arcos es 2% más alto que el valor exacto para la sección cuadrada, mientras que el método de Galerkin da un valor 4% más alto.

La Tabla 3 muestra una comparación de resultados obtenidos por diferentes autores para una configuración exagonal. Se observa que hay una variación drástica de los autovalores con la densidad de la malla que se utilice en el método de diferencias finitas.

En el caso de una región doblemente conexa (Fig. 2), Referencias 12 y 13, describen investigaciones analítico-numéricas sobre regiones poligonales con orificios circulares.

Los autovalores k_{01} y k_{02} han sido calculados utilizando la siguiente expresión polinómica:

$$\Psi\,(r,\theta) \simeq A_1\,(1-r)(r-\lambda) + A_2\,(1-r^2)(r-\lambda) \qquad (16)$$

donde el radio externo r_2 es tomado igual a la unidad y el radio interno r_1 es igual a λ.

La Figura 3 muestra la variación de los autovalores k_{01} y k_{02} en función del parámetro apotema/radio del contorno interno para la configuración de la Figura 2.

CONCLUSIONES

El método de variable compleja da valores numéricos muy precisos y ofrece excelentes condiciones de estabilidad. El cálculo de modos superiores de propagación es también posible, pero se torna más complejo.

Determinación de la función analítica que efectúa la transformación, es en general, una tarea difícil pero cabe mencionarse el hecho de que existan numerosos métodos numéricos para hallarla.

AGRADECIMIENTOS

El autor agradece la cooperación del Prof. Ing. Rubén De Carli.

Una gran parte de las investigaciones a que se ha hecho referencia en este trabajo, han sido auspiciadas por el Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas.

TABLA I

Comparación de resultados obtenidos mediante diferentes métodos (Figura 1)

Método utilizado	$k_{01}.a$	Autor
Método de Galerkin	2.388	Laura y Shahady[15]
Técnica de Colocación a lo Largo de Arcos	2.39	Baltrukonis, Chi, Casey y Laura[16]
Técnica de Colocación en Subdominios	2.394	Baltrukonis, Chi, Casey y Laura[16]
Método de Kohn-Kato	$2.384 \leqslant x \leqslant 2.385$	Baltrukoni, Chi y Laura[17]

TABLA II

Autovalores calculados para diferentes secciones poligonales regulares. (Laura y Faulstich, Ref. 11)

Sección	Autovalores	Valor Exacto	Colocación a lo Largo de Arcos	Método de Galerkin
Cuadrada	$k_{01}.a$	2.221	2.221	2.221
	$k_{02}.a$	4.967	5.069	5.176
Pentagonal	$k_{01}.a$	——	2.285	2.285
	$k_{02}.a$	——	5.235	5.19
Exagonal	$k_{01}.a$	——	2.317	2.318
	$k_{02}.a$	——	5.313	5.278
Eptagonal	$k_{01}.a$	——	2.339	2.339
	$k_{02}.a$	——	5.367	——
Octogonal	$k_{01}.a$	——	2.355	2.353
	$k_{02}.a$	——	5.405	——
Circular	$k_{01}.a$	2.4048	2.4048	2.4049
	$k_{02}.a$	5.5201	5.5201	5.521

TABLA III

Comparación de autovalores de una guía de onda de sección exagonal

	Diferencias Finitas[18] Número de Celdas[S]					Colocación por Puntos en el Contorno[19]	Colocación a lo Largo de Arcos[11]	Galerkin[11]
MODO	7	19	6	12	24			
$k_{01}.a$	2.17	2.25	2	2.29	2.27	2.313	2.317	2.318
$k_{02}.a$	3.90	4.62	–	5.54	4.81	–	5.313	5.278
$k_{03}.a$		5.85			8.20	–	8.33	–

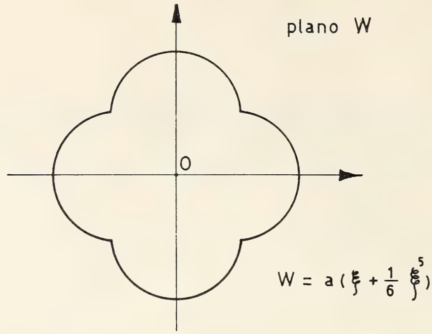


FIGURA 1 - EPITROCOIDE

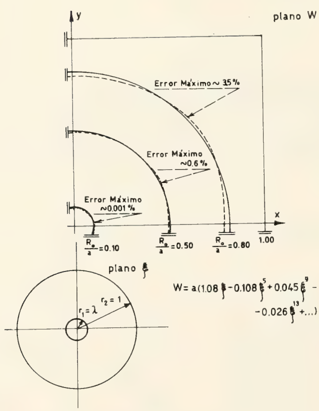


FIGURA 2 - TRANSFORMACION APROXIMADA DE UNA REGION DOBLEMENTE CONEXA (CUADRADO CON ORIFICIO CIRCULAR) (Refs. 12 y 13).

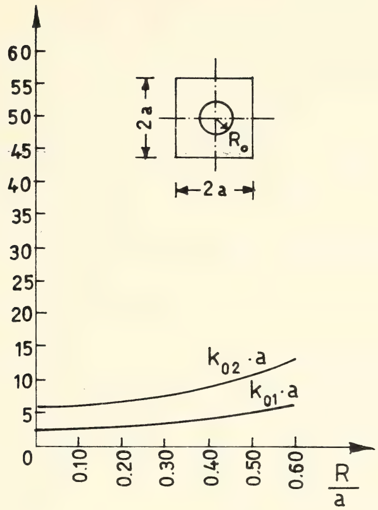


FIGURA 3 - AUTOVALORES (CUASI-AXISIMÉTRICOS EN EL PLANO γ) DE LA CONFIGURACION MOSTRADA EN Figura 2.

REFERENCIAS

1. Laura, P.A. Comments on the paper "Aplication of Finite Elements to the Solution of Helmholtz's Equation" (Arlett, Bahrani and Zienkiewicz, Proc. IEE, N° 12, págs. 1762-1766, 1968) Proceedings of the IEE Vol. 115, pág. 1168, 1969.
2. Meinke, H.H.,"A Survey on the Use of Conformal Mapping for Solving Wave-Field Problems" *Symposium on Electromagnetic Theory and Antennas,* Copenhagüe, 1962.
3. Meinke, H.H., Lange, K.P. and Ruger, J.F. "TE - and TM - Waves in Waveguides of Very General Cross Section" Proceedings of the IEEE, pp. 1436-1443, Noviembre 1963.
4. Tischer, F.J. "Conformal Mapping in Waveguide Considerations" Proceedings of the IEEE, Vol. 51, N° 7, 1963.
5. Tischer, F.J. and Yee, H.Y. "Waveguide with Arbitrary Cross-Section Considered by Conformal Mapping" UARI Research Report N° 12, University of Alabama Research Institute, Huntsville, Alabama, 1964.
6. Tischer, F.J. "Conformal Mapping Applied to Threee-Dimensional Wave Problemas" Proceedings of the IEEE, Vol. 53, N° 2, p. 168, 1965.
7. Tischer F.J. "The Groove Guide, A Low-Loss Waveguide for Millimeter Waves" IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT-11, N° 5, págs. 291-296, 1963.
8. Bava G.P. and Perona G. "Conformal Mapping Analysis of a Type of Groove Guide" Electronics Letters, Vol. 2, N° 1, 1966.
9. Chi, M. and Laura, P.A. "Approximate Method of Determining the Cutoff Frequencies of Wave Guides of Arbitrary Cross Section" IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, Vol. MTT 12, págs. 248-249, 1964.
10. Laura, P.A. "Conformal Mapping and the Determination of Cutoff Frequencies of Wave Guides with Arbitrary Cross Section" Proceedings of the IEEE, Vol. 54, N° 8, pp. 1078-1080, 1966.
11. Laura, P.A. and Faulstich, A.J. "Cutoff Frequencies of Uniform Waveguides of Regular Polygonal Cross Section" Proceedings of the IEEE, Vol. 55, N° 3, págs. 410-411, 1967.
12. Laura, P.A., Romanelli, E. and Maurizi, M.J. "Analysis of Waveguides of Doubly Connected Cross Section by the Method of Conformal Mapping" Journal of Sound and Vibration, Vol. 20, págs. 27-38, 1972.
13. Laura, P.A. Romanelli, E. and Maurizi, M.J. "Determination of Cutoff Frequencies of a Square Waveguide with a Concentric Inner Boundary" Proceedings of the IEEE, Vol. 60, N° 4, págs. 450-451, 1972.
14. Hine, M.J. "Eigenvalues for a Uniform Fluid Waveguide with an Eccentric-Annulus Cross Section" Journal of Sound and Vibration, Vol. 15, N° 3, págs. 295-305, 1971.
15. Laura, P.A. and Shahady, P.A. "Longitudinal Vibrations of a Solid Propellant Rocket Motor" Third Southeastern Conference on Theoretical and Applied Mechanics (Universidad de South Carolina), 1966.
16. Baltrukonis, J.B.; Chi, M.; Casey, K. and Laura, P.A. "Axial Shear Cibrations of Star-Shaped Bars: An Application of Conformal Transformation" Technical Report N° 4 to NASA; The Catholic University of America, 1962.
17. Baltrukonis, J.B.; Chi, M. and Laura, P.A. "Axial Shear Vibrations of Star-Shaped Bars: Kohn-Kato Bounds" Proceedings of the 8th Midwestern Mechanics Conference, Case Institute of Technology, Cleveland, Ohio, 1963. También *Developments in Mechanics, Pergamon Press, 1964.*
18. Collatz, L. *The Numerical Treatment of Differential Equations, Springer-Verlag, 1960, págs. 395.*
19. Conway, H.D. "The Bending, Buckling and Flexural Vibration of Simply Supported Polygonal Plates by Point-Matching" Journal of Applied Mechanics, 1961.

SERIE II, CIENCIAS APLICADAS, Nº 42 ISSN 0037-8437

EL RIESGO SISMICO EN EL TERRITORIO ARGENTINO

Por FERNANDO VOLPONI[1]

RESUMEN

Es frecuente considerar que en las zonas que se sabe que son sísmicas deben ser adoptadas medidas de prevención, pero que en las conocidas o supuestas como nó sísmicas no es necesario hacer lo mismo. La clasificación de las zonas en sísmicas y no sísmicas se basa generalmente en observaciones de carácter estadístico. Pero la información disponible actualmente no es abundante especialmente para las regiones poco activas, y se suele considerar como no sísmicas zonas que en realidad sí lo son en cierto grado. Vemos que de cuando en cuando se producen terremotos en lugares donde no se esperaba que pudiesen ocurrir.

Esto nos hace pensar que es importante investigar la sismicidad no solamente en las zonas activas si no también, y con la misma intensidad, en las zonas poco activas del territorio nacional.

SUMMARY

It is well known we have to take some preventions against earthquakes in sismic zones, and, frequently, it is supposed that it is not necessary to do the same in non seismic ones.

But the classification of zones in seismic and non seismic ones is based on statistical observations, and we do not have enough data to do that correctly, especially in relation with the less active regions. Frequently active zones are considered as non active ones and from time to time, we have earthquakes in places were nobody expected they could occur.

This means that it is necessary to investigate the less active zones with the same deep interest as the active ones.

INTRODUCCION

El problema sísmico argentino no está solamente en la Cordillera. Para enforcar el problema en su aspecto general hay que hacer algunas consideraciones previas que no son de carácter puramente geofísico.

El seguro contra algún siniestro depende de dos factores. Uno es la probabilidad de ocurrencia del siniestro, y el otro es el valor que está expuesto al riesgo.

En el caso de terremotos, el primer factor es un índice numérico mediante el cual representamos la *sismicidad* de una zona, y el segundo es un valor que depende del grado de desarrollo de la misma zona. Desde el punto de vista de los intereses en juego, puede suceder que resulte más importante investigar el problema en una zona poco activa pero densamente poblada que en otra más activa pero escasamente poblada. Estas consideraciones alcanzan una gran aplicación en el ámbito del territorio nacional, que se extiende de Este a Oeste comprendiendo grandes áreas, a lo largo de las cuales varía fundamentalmente tanto el índice de sismicidad, como la densidad de la población o su grado de desarrollo.

[1] Investigador del Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas. Director del Instituto Sismológico "Zonda" de la Universidad Nacional de Cuyo. Profesor titular de GEOFISICA APLICADA en la Facultad de Ingeniería de la misma Universidad.

ESTIMACION DEL INDICE DE SISMICIDAD

Es difícil estimar correctamente la probabilidad de ocurrencia de un terremoto. Por ahora, no hay otra alternativa que conformarse con un resultado al cual hay que asignar un grado bastante elevado de incertidumbre.

Tenemos la posibilidad de recurrir a tres criterios diferentes, y finalmente hacer una integración de los resultados finales de cada uno de ellos.

a) El primero se basa en la interpretación estadística de todos los terremotos que se han registrado en la zona en estudio.

b) El segundo se basa sobre la observación de determinadas estructuras geológicas o morfológicas, que muestran la existencia de condiciones de inestabilidad tectónica.

c) El tercero se basa sobre datos geofísicos que también demuestran la presencia de condiciones de inestabilidad.

a) Mediante el análisis estadístico de todos los terremotos registrados en una zona, se puede calcular un índice de sismicidad correspondiente a la misma. Cuanto más abundante es la información, tanto más los resultados se aproximarán a los valores deseados.

Pero la Sismología es una ciencia moderna, y los datos disponibles suelen ser escasos. Se distribuyen en un intervalo de tiempo demasiado corto como para definir, con precisión, la curva de distribución de los acontecimientos.

Por otra parte, no existe uniformidad zonal en la recolección de los datos. Algunas áreas tienen una buena densidad de sismógrafos, pero otras se encuentran demasiado alejadas de cualquier equipo sismográfico.

Los mapas de sismicidad global que ahora conocemos, corresponden a una sismicidad de terremotos fuertes (magnitud mayor que 5 Richter). Mapas globales correspondientes a la actividad de terremotos débiles todavía no se conocen. Estos ampliarían notablemente el conocimiento de la actual Geodinámica del planeta.

b) la existencia de *fallas activas*, y la comprobación de movimientos recientes en las capas superficiales de una zona constituyen evidencias geológicas de la presencia de condiciones de inestabilidad en la misma.

La evidencia geológica más importante, que demuestra la presencia de condiciones de inestabilidad, y por consiguiente de actividad sísmica es, indudablemente, el borde continental representado morfológicamente, en América del Sud, por la Cordillera de los Andes. Toda la Cordillera es sísmicamente muy activa, pero la sismicidad vá disminuyendo hacia el interior del continente.

Si la condición de borde es la causa que determina la sismicidad de la Cordillera, se puede pensar que, si actualmente existe o se observa menor actividad en una parte de la Cordillera que en otras, tal hecho debe considerarse como una situación transitoria. Y que una zona hoy tranquila, puede ser mañana muy activa.

c) Entre los datos geofísicos útiles en este problema están los que nos puede suministrar la Gravimetría.

La presencia de anomalías isostáticas indica la existencia de una irregular distribución de masas, o sea, la falta de equilibrio isostático. La falta de equilibrio isostático presupone la existencia de estados de tensión en las capas sólidas de la litósfera. Y dicho estado de tensión puede dar lugar a movimientos relativos entre bloques y así originar ondas sísmicas.

LO QUE SE CONOCE AHORA EN EL TERRITORIO ARGENTINO

a) Del mapa de epicentros

Si observamos el mapa de la Sismicidad Mundial, p.e. el publicado por la "COAST AND GEODETIC SURVEY" (1961-1969)[1], vemos que en el continente Sudamericano la actividad sísmica se produce a lo largo de una franja que sigue la costa del Océano Pácifico, que comprende justamente la Cordillera de Los Andes; su ancho es variable, y alcanza su valor máximo a la altura de la Puna de Atacama, donde llega a unos 800 kilómetros.

Al Este de dicha franja la actividad va decreciendo paulatinamente.

Si observamos, en el mismo mapa, la distribución de la actividad en la parte norteamericana del continente, especialmente en el territorio de los Estados Unidos, vemos un panorama diferente. Vemos que la actividad sísmica se distribuye mucho más uniformemente a lo largo de todo el territorio mostrando, además, algunas concentraciones de actividad tanto al Este como al Oeste. Sabemos que las condiciones geodinámicas existentes en la parte Norte son diferentes de las existentes en el Sur; pero quiero hacer notar que las diferencias que se observan se deben, en gran parte, al hecho de que, mientras en los Estados Unidos abundan las estaciones sismológicas tanto al Este como al Oeste, en Sudamérica no sucede lo mismo. Existe un buen número de estaciones al Oeste (en Chile, Perú, Bolivia, Ecuador, Colombia y Argentina), pero hay muy pocas sobre la costa atlántica. El número de estaciones que se encuentran instaladas sobre las zonas del Este de América del Sud, son insuficientes para obtener la información que hoy se usa para calcular los sismos que en ellas se producen. Por consiguiente dichos sismos no figuran en los catálogos universales y tampoco resultan representados en los mapas de la sismicidad global. Mientras que en los Estados Unidos un sismo de magnitud 3 Richter aparece representado en los mapas, en Sud América no aparecen los de magnitud hasta 6 Richter si se producen en las regiones orientales.

Por lo que se acaba de decir, en la Argentina es muy poco lo que se conoce de las características sísmicas del territorio, si se exceptúa la zona cordillerana. Prueba de ello es justamente que cada vez que se produce un terremoto un poco fuerte, en algún lugar de las llanuras orientales, causa enorme sorpresa y estupor.

En resumen, del mapa de la actividad sísmica del territorio argentino obtenemos ahora una información ya útil pero todavía demasiado incompleta. Se puede decir que ya es suficiente la que corresponde a las zonas muy activas, pero decididamente insuficiente la que corresponde a las áreas poco activas.

En un intento para mejorar la información disponible, se han investigado, por vía bibliográfica, los terremotos antiguos que se produjeron en el territorio argentino y zonas vecinas. Los más importantes son los que se presentan sintéticamente en la TABLA I.

TABLA I

Lista de Terremotos Notables que se produjeron en el Territorio Argentino antes de 1900

FECHA	ZONA	OBSERVACIONES
31 Oct 1527	Cerca de San Nicolás	Relato de la Expedición de Caboto (4).
1692	Esteco (Salta)	Desaparece parte de la población. (4).
18 Oct 1844	Salta, Jujuy, Tucumán y Sgo. del Estero	Víctimas y Daños (8).
4 Oct 1845	Lobos, Navarro, Chivilcoy (Prov. Bs. As.)	Informe del Dr. Francisco Javier Muñiz "Gaceta Mercantil" N° 6716 del 26 Feb. 1846, Buenos Aires.
9 Ago 1848	Montevideo y zonas vecinas	Fué seguido de réplicas importantes. (8).
1849	San Luis (8)	Terremoto fuerte (8).
16 Nov 1857	Mendoza	Terremoto fuerte con dos réplicas importantes (8).
Jul 1858	Salta	Terremoto fuerte (8).
20 Mar 1861	Mendoza	Destrucción de Mendoza (10.000 víctimas, muerte del naturalista Bravard) (8).
11 Nov 1876	San Juan y Mendoza	Derrumbe de edificios (8).
27 Mar 1877	Córdoba	Alarma en la ciudad (8).
12 Feb 1880	San Luis	Se hundió un cerro "? " (8).
17 Ago 1880	Mendoza	Muertos y Daños (8).
21 Ago 1880	Mendoza	Muertos y Daños (8).
5 Jun 1888	La Plata hasta Campana (Prov. de Bs. As.)	Alarma en Nuenos Aires, Informe del Dr. F. Ameghino, "La Nación" del 13 de Junio de 1888, Buenos Aires.
27 Oct 1894	San Juan, La Rioja	Gran Terremoto Informe del Dr. Guillermo Bondembender presentado al Rector de la Univ. de Córdoba, Dr. Telasco Castellanos.

b. De los Datos Geológicos

El terremoto del 15 de Enero de 1944 que destruyó la ciudad de San Juan provocó un deslizamiento en un plano de falla que se pudo observar en la superficie. Medido, alcanzó un valor de unos 35 centímetros en la dirección de la vertical. Es una falla inversa que tiene dirección NE-SO, y se ha levantado el bloque SE. Desde entonces esa falla recibe el nombre de falla de Las Lajas. Posteriores investigaciones del lugar me han permitido descubrir que se trata de una falla importante preexistente. El hecho que en esa zona, en la superficie, existen materiales clásicos modernos, ha impedido que la falla se observara con anterioridad. El rechazo de la falla, que actualmente se puede medir con solo comparar los desniveles de los bloques a ambos lados de la misma, podría alcanzar unos 8 metros. La traza de la falla se hace muy evidente en vistas aéreas, pero también se puede identificar desde la superficie.

Una falla activa, o una falla moderna, constituye una manifestación geológica de actividad sísmica.

Se supone, con bastante fundamento, que las llanuras orientales del territorio nacional, se encuentran divididas en grandes bloques, separados por sistemas de fallas. Si bien muchas de estas fallas han sido estudiadas aprovechando sus afloramientos, es indudable que otras

permanecen cubiertas por sedimentos recientes, y de las cuales poco se puede saber.

Los importantes terremotos de Sampacho del año 1934 y sus precursores, indican claramente la presencia de una gran falla activa de direción Norte-Sur aproximadamente.

Tal vez suceda algo semejante con los terremotos de Santa Rosa (La Pampa), de Arias (Córdoba), de Tostado (Sta. Fé) y de Las Breñas (Chaco) véase la *Tabla II, y figura 1.*

Mas al Este tenemos el importante terremoto del día 21 de Enero de 1948 cuyo foco debe haber estado entre las localidades de Goya y Esquinas sobre el curso del rio Paraná y cuya magnitud debe haber sido de alrededor de 6 Richter. Fue sentido en una zona muy extensa de la Argentina y del Uruguay, y causó alguna alarma en la ciudad de Buenos Aires.

Si bien todavía es poco el peso que se le puede asignar a los factores geológicos en el problema de determinar el índice de sismicidad de las llanuras orientales del territorio nacional, ellos constituyen igualmente elementos de juicio muy importantes.

c) De los datos geofísicos

En correspondencia con las zonas más sísmicas de la tierra existen fuertes anomalías gravimétricas. Parecería que las fuerzas que tratan de restablecer el equilibrio isostático fueran las responsables (por lo menos en parte) de los movimientos sísmicos.

Una de las partes en las cuales se observa más claramente este fenómeno es en la costa occidental de Sud América, o sea, en el borde continental representado por la Cordillera de Los Andes, y en especial a la altura de la Puna de Atacama.

Por el análisis del mecanismo del foco de los terremotos, se infiere que sobre los bloques de la litosfera actúan fuertes presiones en dirección horizontal. Estas presiones hacen que resulte difícil la interpretación del desequilibrio isostático.

Las características de tales presiones son casi desconocidas, no se sabe como varían según el azimut, no se sabe como varían en intensidad, ni como varían en función del tiempo.

Cuando los bloques de la litósfera están sometidos a esfuerzos de compresión pueden dar lugar a desplazamientos correspondientes a fallas inversas, en cambio, si están sometidos a estados de tensión pueden dar lugar a desplazamientos de fallas normales y se crean los "graben".

Si miramos el perfil gravimétrico transcontinental, *figura 2*, (Introcaso[3]), vemos que se puede dividir para simplificar su interpretación, en tres partes: 1) la que está al Oeste de la Ciudad de Chepes. 2) la que está comprendida entre Chepes y el rio Paraná, y 3) la que vá del río Paraná al Océano Atlántico.

La primer parte presenta el aspecto típico de un borde continental, semejante al de la costa Sur de las Islas Sumatra y Java, que estudió y descubrió con todo detalle el Prof. Vening Meinesz.([10])

En nuestra Cordillera (a la latitud del perfil) la anomalía de Aire Libre alcanza el valor negativo de unos 100 miligales. Luego hacia el Este su valor medio se vá reduciendo hasta hacerse positivo en correspondencia con la Sierra de Chepes.

La fuerte anomalía negativa indicaría que (si las fuerzas predominantes que actúan fuesen las que tratan de restablecer el equilibrio isostático), la Cordillera debería estar, en la actualidad, en un proceso de levantamiento.

En el tramo medio del perfil, el detalle más importante es el valor positivo de la anomalía de Aire Libre en correspondencia con las Sierras de Córdoba. Si la anomalía es positiva, ¿a qué se debe el levantamiento de las Sierras?

Sea como sea, tanto el detalle morfológico, como el dato geofísico son índices de inestabilidad tectónica, y por consiguiente de actividad sísmica.

El tercer tramo es el más uniforme. Relevamientos gravimétricos con mayores detalles, con estaciones más cercanas una de otra, podrían poner en evidencia probables líneas de fracturas, varias de las cuales son reconocidas estratigráficamente.

En resumen, los datos geofísicos aportan una información importante que corresponde tener en cuenta. Se hará cada vez más valioso a medida que se tengan más datos y se puedan correlacionar con otros de diferente origen.

TABLA II

Lista de los sismos representados en la figura 1

(1)	19 Oct 1845 —	16 –			Lobos, Navarro, Chivilcoy, Costa del río Salado	Informe del Dr. Francisco Javier Muñiz publicado en la Gaceta Mercantil N° 6716 del 26 de Febrero de 1946, Buenos Aires.
(2)	5 Jun 1888	00 20			La Plata, Buenos Aires, Campana, etc.	Informe del Dr. Florencio Ameghino publicado en "La Nación" del 13 de Junio de 1888, y en la Revista Geográfica Argentina, Tomo VI, pp. 163-170, Buenos Aires, 1888.
(3)	14 Dic 1924	21 11	32°	65°		Obs. Astr. UNLP Contribuciones Geofísicas Tomo I, N° 1, pp. 123[5].
(4)	24 Ene 1927	5 30	30,5°	65°		Obs. Astr. UNLP. Contribuciones Geofísicas Tomo III N° 3 pp. 123[5].
(5)	10 Nov 1932	13 53	30°	61°		Obs. Astr. UNLP, Series Geofísicas Tomo V N° 4, pp. 189[6].
(6)	20 Jun 1933	9 06	31°	65°		Obs. Astr. UNLP. Series Geofísicas Tomo VI N° 1, pp. 24[6].
(7)	11 Jun 1934	3 07	33,3°	64,4°		Obs. Astr. UNLP. Series Geofísicas Tomo VI N° 2, pp. 74 (Sampacho)[6].
(8)	15 Jun 1934				Arias (Cba.)	Informe Dr. Olsacher, Juan -Revista del Museo Prov. de Ciencias Naturales, Cba., Julio 1935, N° 1, pp. 67[7].
(9)	9 Ene 1935				Tostado (Prov. de Sta. Fe)	Informe Dr. J. Olsacher id. id. pp. 67[7].
(10)	21 Ene 1948				Goya-Esquina (Prov. Corrientes)	Anales Sismol. S.M.N. Serie B, Secc. 2a 4a. Parte N° 1.[9].
(11)	31 Jun 1960				Choele-Choel (Río Negro)	Inseguro.
(12)	28 Oct 1965				Santa Rosa (La Pampa)	Informe F. Volponi, Dr. E. Aparicio, Anales, Soc. Cien. Arg. Tomo CLXXXIV pp 55.[11].
	15 Oct 1968				Corzuela, Las Breñas (Chaco)	Informe F. Volponi, Ciencia e Investigación, Tomo 25 N° 6 pp. 155-61.[12]

AGRADECIMIENTO

Finalmente deseo expresar mi agradecimiento al personal del Instituto Sismológico "Zonda", a la Comisión para el Fomento de la Investigación de la Universidad Nacional de Cuyo, y muy especialmente al Sr. Eugenio Carte T. y a la Sra. Alba D.N. Schreiber de V. por la colaboración que he recibido en la preparación del presente trabajo.



Fig. 1. – Representación gráfica de algunos de los sismos más importantes que se produjeron en los últimos tiempos en zonas, del territorio argentino, consideradas como no sísmicas.

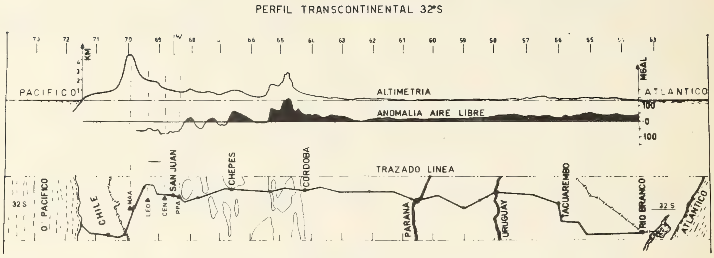


Fig. 2. – Anomalía de Aire Libre a lo largo de un perfil transversal a la Cordillera de Los Andes a la latitud 32°S que va del océano Pacífico al Atlántico (Introcaso 1972)[3].

BIBLIOGRAFIA

1. Coast and Geodetic Survey, National Earthquake Information Center, *World Seismicity 1961-1969,* Washington. D.C.

2. Instituto Geográfico Militar*Registro Provisional de Cotas,* Pub. Técnica N° 6, Buenos Aires, 1945.

3. Introcaso A., Huerta E., *Perfil Gravimétrico Transcontinental Sudamericano, Paralelo 32°S.* Universidad Nacional de Rosario, Escuela de Ingeniería Geógrafa. Rosario, 1972.

4. Moussi, Martin V. de, *Description Geographique et Statistique de la Confederation Argentine.* Librairie de Fermin Didot Freres, Fils et Cia., Paris, 1860.

5. Observatorio Astronómico UNLP. *Contribuciones Geofísicas,* Tomo I, Tomo III y Tomo VI.

6. Observatorio Astronómico UNLP. *Serie Geofísica,* Tomo V N° 4 y Tomo VI N° 1 y N° 2.

7. Olsacher J., *Revista del Museo Provincial de Ciencias Naturales,* julio 1935, N° 1, pp. 67, Córdoba.

8. Santillan, D.A. de, *Gran Enciclopeaia Argentina,* Ediar Soc. Anon. Editores, Buenos Aires, 1963.

9. Ser. Met. Nac., *Anales Sismológicos,* Serie B, Secc. 2a., 4a. parte.

10. Vening Meinesz, F.A., The Earth Crust and Mantle, Elsevier Pub. Co. Amsterdam, 1964.

11. Volponi F. Aparicio E., *El Terremoto de Santa Rosa (La Pampa) del 28 de Octubre de 1965.* Anales de la Soc. Cient. Argen., Tomo CLXXXIV, pp. 55.

12. Volponi F., *Un Sismo Inesperado,* Ciencia e Investigación, Tomo 25, N° 6, pp. 155-61.

ISSN 0037-8437

OBSERVACIONES SOBRE UN TEOREMA DE BRILLOUIN

Por JORGE A. GUALA*

RESUMEN

Se examina el dominio de validez del teorema de L. BRILLOUIN sobre la distribución de la energía potencial entre dos partículas cargadas. Se establece que las consideraciones de simetría entre ambas cargas se cumplen en forma completa sólo si las dos partículas tienen igual masa. Finalmente, se demuestra que las partículas de masas M_1 y M_2 contribuyen a la energía potencial total con las cantidades $(Q\,Q'/r_o).(m_r/M_1)$ y $(Q\,Q'/R_o).(m_r/m_2)$. respectivamente.

SUMMARY

The general validity of the BRILLOUIN's theorem about the potential energy distribution between two charged particles is considered. The symmetry considerations remain valid only if both masses are equal. We find the contributions of the particles of masses M_1 and M_2 to the total potential energy. They are $(Q\,Q'/r_o).(m_r/M_1)$ and $(Q\,Q'/r_o).(m_r/M_2)$ respectively.

En 1964 L. BRILLOUIN publicó un artículo[1] (L'énergie potentielle et samasse) en el que expone el problema de la distribución de la energía potencial entre dos cuerpos electrizados en interacción. Conocida la manera en que se reparte la energía potencial puede calcularse la distribución de la masa inercial ligada a esa energía.

El razonamiento de Brillouin se funda en consideraciones electrostáticas, pues comienza por calcular la densidad de energía, u, correspondiente al campo de Coulumb, $\vec{F}$, producido por un par de cargas, Q, Q', aisladas en el espacio, en reposo relativo, a la distancia r_o una de la otra.

Así obtiene, para dicha densidad en un punto M, distante r de Q y r' de Q':

$$u = \frac{|\vec{F}|^2}{8\pi} = \frac{1}{8\pi}\left[\frac{Q^2}{r^4} + \frac{Q'^2}{r'^4} + 2\frac{Q\,Q'}{r^2\,r'^2}\cos\theta\right] \tag{1}$$

θ es el ángulo entre los vectores $\vec{r}$ y $\vec{r}'$.

Seguidamente agrega: "Le premier terme (en Q^2) intégré dans tout l'espace, contribue a la masse propre M de la charge Q. Le second terme (en Q'^2) donne une contribution a la masse propre M' de Q'. . . Ler terme mixte (en Q Q') s'intègre aisément, reste toujours fini, et donne l'énergie potentielle

* Centro Atómico. Bariloche.

$$E_{pot} = \frac{Q\ Q'}{r_0} \qquad (2)$$

Cette énergie potentielle apparaît ainsi comme répartie dans tout l'espace, entre les charges Q Q' et tout autour. Le densité d'énergie (terme Q Q') devient infinie sur Q et Q' (r = 0 ou r' = 0). Il y a symétrie complète entre les deux charges et par conséquent il semble logique d'admettre que la masse de l'énergie potentielle se partage également entre les charges Q et Q'."

El último parágrafo del razonamiento de Brillouin merece ser examinado con detenimiento, pues si bien existe simetría entre ambas cargas, ésta no es completa. En efecto, la aludida simetría es completa sólo desde el punto de vista electrostático, es decir, considerando el sistema ya conformado. Pero ocurre que para que las cargas Q Q' estén en reposo y separadas por la distancia r_o fue necesario *anteriormente* trasladarlas a dicha configuración. Para poder efectuar este transporte de cargas se requiere la participación de un agente externo que provea una fuerza sobre cada partícula, que en todo momento sea igual y opuesta a la que ya actúa en virtud de la interacción electrostática. Es decir, hay que aplicar un par de fuerzas iguales y opuestas a las culombianas, una sobre cada partícula, de modo que éstas puedan desplazarse con aceleración nula. Para cambiar la configuración del sistema de cargas, el agente externo debe realizar trabajo sobre cada partícula. Si se parte de una configuración inicial en la que ambas están en reposo relativo e infinitamente separadas, y se llevan a un estado final en el que también estén en reposo relativo pero distantes r_o una de otra, entonces todo el trabajo realizado por las fuerzas exteriores se habrá transformado en energía potencial.

Por ser la resultante de fuerzas cero, el centro de masa del sistema permanecerá en reposo, lo que obliga a que los desplazamientos de cada carga sean inversamente proporcionales a sus respectivas masas propias. Esto implica que las fuerzas aplicadas realizan trabajos diferentes sobre cada partícula. Esto evidentemente rompe la simetría entre ambas cargas, excepto en el caso particular de ser sus masas idénticas.

Como el trabajo efectuado sobre cada carga es inversamente proporcional a su respectiva masa propia, resulta que la energía potencial que adquiere cada una de ellas está también inversa de su masa, resultado enunciado por J. Palacios[2] (1968).

La aparente simetría entre ambas cargas proviene de la forma de las ecuaciones 1 y 2. De esta última, por figurar sólo las cargas y la separación entre las mismas, podría sacarse la apresurada conlcusión de que la energía potencial de la carga Q' en el campo Q/r_o engendrado por Q vale ½ $Q'(Q/r_o)$. La energía potencial de la carga Q en el campo de Q' sería, por idéntica razón ½ $Q(Q'/r_o)$. La energía potencial total valdrá la suma de ambas contribuciones, es decir $Q\ Q'/r_o$ y resulta evidente que ambas partículas contribuyen por igual.

Es fácil mostrar que el anterior razonamiento no es correcto. Para ello expresamos la ec. 1 en función de las distancias r_1, r_2 de las cargas Q y Q' al centro de masa, respectivamente. Como $r_1 + r_2 = r_o$ y $M_1\ r_1 = M_2\ r_2$, resulta:

$$E_{pot} = \frac{Q\ Q'}{r_1}\ (m_r / M_1) = \frac{Q\ Q'}{r_2}\ (m_r / M_2) \qquad (3)$$

$m_r \hat{=} M_1\ M_2 / (M_1 + M_2)$ es la masa reducida.

Ahora expresamos la energía potencial total como suma de dos contribuciones, $E_1(r_1)$ y $E_2(r_2)$. De acuerdo con la ley de Coulomb, E_1 y E_2 deberán variar como $1/r_1$ y como $1/r_2$ respectivamente. Como además se debe verificar la relación inversa entre energía potencial y masa, necesariamente E_1 deberá ser proporcionada a M_2/M_1, en tanto que E_2 lo será a M_1/M_2.

Con estas consideraciones podremos escribir:

$$E_1 = \frac{Q\,Q'}{r_1}\,(M_2/M_1)\,C \quad , \quad E_2 = \frac{Q\,Q'}{r_2}\,(M_1/M_2)\,C$$

donde C es una constante adimensional cuyo valor queda determinado por la condición $E_1 + E_2 = E_{pot}$.

En efecto, $E_1 + E_2$ como función de r_1 se expresa como

$$C\,\frac{Q\,Q'}{r_1}\,(M_1 + M_2)\,/\,M_1$$

Por comparación de esta última ecuación con la ec. 3 resulta:

$$C = M_r\,/\,(M_1 + M_2)$$

con lo que

$$E_1 = \frac{Q\,Q'}{r_1}\,(M_2/M_1)\,[\,m_r\,/\,(M_1 + M_2)\,] \quad ,$$

$$E_2 = \frac{Q\,Q'}{r_2}\,(M_1/M_2)\,[\,m_r\,/\,M_1 + M_2)]$$

Expresiones que, recordando que $r_1 = r\,M_2/(M_1 + M_2)$ y $r_2 = r\,M_1/(M_1 + M_2)$, toman la forma:

$$E_1 = \frac{Q\,Q'}{r_o}\,(m_r/M_1) \qquad (4) \qquad\qquad E_2 = \frac{Q\,Q'}{r_o}\,(m_r/M_2) \qquad (4')$$

Las ecuaciones 4 y 4' muestran que si $M_1 = M_2$, es decir $m_r = \frac{1}{2} M_1$, $E_1 = E_2 = \frac{1}{2}\,Q\,Q'/r_o$.

Por el contrario, si $M_1 \gg M_2$, $m_r \cong M_2$ con lo que $E_1 \cong 0$ y $E_2 \cong Q\,Q'/r_o$.

Es decir, prácticamente toda la energía potencial está localizada en la más liviana de las partículas.

Una comprobación de este resultado se obtuvo[3] en la evaluación teórica del potencial de ionización del Li^{+2}.

REFERENCIAS

1. Brillouin, L.; Comptes Rend. 259, 2361, 1964.
2. Palacios, J.; Rev. Real Acad. Ciencias Exactas, Fís. y Nat. de Madrid, Tomo LXII, Caud. primero, págs. 102-103, Madrid, 1968.
3. Guala, J.; "La inercia de la energía en átomos hidrogenoides". Anales de la Soc. Científica Argentina, T. CXCVIII, Ent. IV-VI, 1974.

Comisión de Redacción de los

ANALES DE LA SOCIEDAD CIENTIFICA ARGENTINA

Dr. Jorge A. L. Brieux
Dr. Horacio H. Camacho
Dr. Pedro Cattaneo
Ing. Roberto D. Cotta
Cap. de Fragata (R) Luis M. de la Canal
Dr. José M. Gallardo
Dr. Juan A. Izquierdo
Clmte. (R) Rodolfo N. M. Panzarini
Ing. Agr. José A. Pastrana
Dr. Luis A. Santaló
Dr. Otto Schneider
Dr. José Federico Westerkamp

NORMAS PARA LOS AUTORES

1. ANALES publica unicamente trabajos originales e inéditos ; solamente por excepción podrá incluir trabajos cuya noticia se haya dado por otra publicación.
2. La publicación en ANALES es gratuita. Las separatas que soliciten los autores (o las entidades a que estén vinculados) son con cargo a los mismos. El requerimiento deberá hacerse por escrito y antes de iniciar la impresión.
3. Los autores son personalmente responsables de la tesis y del contenido de sus trabajos y deberán realizar las correcciones de las pruebas de imprenta de dichos trabajos.
4. La Sociedad Científica Argentina se reserva el derecho de rechazar cualquier trabajo que sea sometido para publicación en ANALES, si así lo considerara conveniente.
5. Los trabajos deberán ser presentados escritos a máquina, a doble espacio, en papel tamaño oficio o carta, utilizando una sola de las caras del papel y redactados en castellano. Las fórmulas podrán ir manuscritas y deberán ser suficientemente claras para la labor de la imprenta. Los gráficos se dibujarán en tinta china, o por otro medio, de manera tal de permitir la fácil y buena preparación de los clisés ; esto último es aplicable a todo tipo de ilustración. La cantidad será la mínima compatible con las necesidades de la buena comprensión del trabajo. Se procurará que los trabajos no ocupen más de *seis páginas* de Anales en total, incluídas ilustraciones y tablas. La publicación de las primeras seis páginas es gratuita ; los clisés y las páginas que excedan de seis serán con cargo a los autores, de acuerdo a la disposición de fecha 4 de septiembre de 1975.
6. Los trabajos, luego de su título, llevarán un resumen en castellano y otro en idioma extranjero, éste último de no más de 150 palabras. Dichos resúmenes deberán señalar el problema planteado, la indicación de los procedimientos y procesos y las conclusiones a que se arribe, y hacer referencia sobre la precisión de los resultados, todo ello de manera sintética.
7. Los escritos originales, destinados a la Dirección de ANALES, serán remitidos a la Administración de la Sociedad, Avenida Santa Fe 1145 (1059), Capital Federal, a efectos de registrar fecha de entrega y posterior envío al Director.
8. La publicación de los trabajos, una vez aceptados, estará sujeta a las posibilidades de la Sociedad y a las exigencias de diagramación de ANALES. La Sociedad se reserva el derecho de determinar la entrega de ANALES en la cual aparecerán los trabajos.

SMITHSONIAN INSTITUTION LIBRARIES
3 9088 01357 3944

Correo Argentino
Cent. (B)

FRANQUEO PAGADO
Concesión N° 1186

TARIFA REDUCIDA
Concesion N° 6247

NO NEGOCIABLE